وحدة الأعداد

الضرب المتكرر

س × س × س = س^{٣} ، ٧ × ٧ = ٧^{٢} = ٤٩ ، $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢} = \frac{٢}{٣} \times \frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٩}$

، $\left(\frac{-١}{٢}\right)^{٤} = \frac{-١}{٢} \times \frac{-١}{٢} \times \frac{-١}{٢} \times \frac{-١}{٢} = \frac{١}{١٦}$

إذا كان $\frac{أ}{ب}$ عددا نسبيا ، ن عدد صحيح موجب فإن :

$$\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} = \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} \times \cdots \times \frac{أ}{ب}$$

ملاحظات :

[١] إذا كان $\frac{أ}{ب}$ عددا نسبيا ، ن ∈ ص$^{+}$ فإن : $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{م} = \frac{أ^{م}}{ب^{م}}$

فمثلا : $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٣} = \frac{٢^{٣}}{٣^{٣}} = \frac{٨}{٢٧}$

[٢] $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{صفر} = ١$ **حيث** أ ≠ صفر ، ب ≠ صفر

مثلا : $\left(\frac{-١}{٢}\right)^{صفر} = ١$ ، $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{صفر} = ١$

[٣] $\left(\frac{-أ}{ب}\right)^{ن} = \left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن}$ **عندما** ن **عددا زوجيا** ، $(-٣)^{٤} = ٨١$

$\left(\frac{-أ}{ب}\right)^{ن} = -\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن}$ **عندما** ن **عددا فرديا** ، $(-٢)^{٥} = -٣٢$

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

مثال : احسب ناتج ما يأتي فى أبسط صورة : $\left(2\frac{1}{2}\right)^{4} \times \left(-\frac{4}{5}\right)^{3}$

الحل : $\left(\frac{5}{2}\right)^{4} \times \left(-\frac{4}{5}\right)^{3} = \frac{5^{4}}{2^{4}} \times \frac{(-4)^{3}}{5^{3}} = \frac{625}{16} \times \frac{-64}{125}$

$= 5 \times (-4) = -20$

مثال: اختصر لأبسط صورة : $\left(-\frac{3}{2}\right)^{3} \times \left(\frac{7}{12}\right)^{\text{صفر}} \div \left(4\frac{1}{2}\right)^{2}$

الحل : $\frac{(-3)^{3}}{2^{3}} \times 1 \div \left(\frac{9}{2}\right)^{2} = \frac{-27}{8} \div \frac{81}{4} = \frac{-27}{8} \times \frac{4}{81} = -\frac{1}{6}$

مثال: إذا كانت : $س = -\frac{3}{2}$ ، $ص = \frac{1}{2}$ ، $ع = \frac{4}{3}$

أوجد فى أبسط صورة القيمة العددية لكل من :

١- $س^{2} ص^{2} ع^{2}$ ٢- $س^{2} - ص ع^{2}$ ٣- $س^{2} ص^{2} ع^{2} \div (س + ص)$

الحل :

١- $س^{2} ص^{2} ع^{2} = \left(-\frac{3}{2}\right)^{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2} \times \left(\frac{4}{3}\right)^{2} = \frac{9}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{16}{9} = 1$

حل آخر: $س^{2} ص^{2} ع^{2} = (س ص ع)^{2} = \left(-\frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\right)^{2} = (1)^{2} = 1$

٢- $س^{2} - ص ع^{2} = \left(-\frac{3}{2}\right)^{2} - \frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{3}\right)^{2} = \frac{9}{4} - \frac{1}{2} \times \frac{16}{9}$

$= \frac{9}{4} - \frac{8}{9} = \frac{81 - 32}{36} = \frac{49}{36}$

٣- $\frac{س^{2} ص^{2} ع^{2}}{(س + ص)} = س^{2} ص^{2} ع^{2} \div (س + ص) = 1 \div \left(-\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right)$

$= 1 \div \left(-\frac{2}{2}\right) = 1 \div (-1) = -1$

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

مثال : ضع كلا من العددين الآتيين على الصورة $(\frac{أ}{ب})^{م}$:

(١) $(-3\frac{3}{8})$ (٢) $(4\frac{17}{27})$

الحل :

(١) $(-3\frac{3}{8}) = (-\frac{27}{8}) = (-\frac{3^3}{2^3}) = (-\frac{3}{2})^3$

(٢) $(4\frac{17}{27}) = (\frac{125}{27}) = (\frac{5}{3})^3$

تمارين على الضرب المتكرر

[١] أحسب كلا مما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة :

(١) $(-\frac{2}{3})^3 \times (\frac{1}{3})^3 \div (-\frac{2}{9})^2$

(٢) $(-\frac{1}{4})^3 \times (-2\frac{1}{2})^4 \times (\frac{16}{5})^2$

(٣) $(-\frac{2}{7})^2 \times (-\frac{7}{2})^3 \times (\frac{1}{14})^{صفر}$

(٤) $(-\frac{1}{2})^3 \div [8 \times (-\frac{1}{2}) \times \frac{3}{4}]$

(٥) $(\frac{5}{2})^3 \div [(\frac{3}{2})^4 \div (\frac{3}{5})^3]$

[٢] إذا كانت $س = -\frac{3}{2}$ ، $ص = \frac{1}{2}$ ، $ع = -\frac{4}{3}$

أوجد القيمة العددية فى أبسط صورة لكل من :

(١) $س^2 ص^2 ع^2$ (٢) $9 س ص^3 + 4 ص^2 ع^2$ (٣) $\frac{س^2 ص^2 ع^2}{س + ص}$

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

[٣] اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

(١) $(-\frac{١}{٢})^{٣}$ = ... ($-\frac{٣}{٨}$ أ، $\frac{١}{٨}$ ٣ أ، $-\frac{١}{٨}$ أ، $-\frac{١}{٦}$)

(٢) المعكوس الجمعى للعدد $(-\frac{٢}{٥})^{٢}$ هو .....[$(\frac{٢}{٥})^{٢}$ أ، $\frac{٤}{٢٥}$ أ، $\frac{٢٥}{٤}$ أ، $-\frac{٤}{٢٥}$)

(٣) المعكوس الضربى للعدد $(١\frac{٢}{٣})^{٢}$ = ... ($\frac{٤}{٩}$ أ، $\frac{٩}{٤}$ أ، $\frac{٩}{٢٥}$ أ، $\frac{٢٥}{٩}$)

(٤) أكبر قيمة للعدد $(-\frac{١}{٢})^{س}$ تكون عندما س = ... (١ أ، ٢ أ، ٣ أ، ٤)

(٥) إذا كان م = ن فإن $(\frac{٢}{٥})^{م-ن}$ = ... ($\frac{٢}{٥}$ أ، ١ أ، $\frac{٥}{٢}$ أ، -١)

(٦) $(\frac{٥}{٢})^{٢} - (\frac{٥}{٢})^{صفر}$ = ... ($\frac{٢٥}{٤}$ أ، $\frac{٢٦}{٤}$ أ، $\frac{٢١}{٤}$ أ، $\frac{٣}{٢}$)

(٧) مربع طول ضلعه $\frac{١}{٢}$ سم فإن مساحة سطحه تساوى ..... سم^{٢}

(٤ أ، $\frac{١}{٤}$ أ، $\frac{١}{٨}$ أ، ٢)

(٨) مكعب طول حرفه $\frac{٢}{٣}$ ل وحدة طول فإن حجمه يساوى ..... وحدة مكعبة

($\frac{٨}{٢٧}$ل أ، $\frac{٨}{٢٧}$ل^{٢} أ، $\frac{٨}{٢٧}$ل^{٣} أ، $\frac{٢}{٣}$ل^{٣})

---

[٤] ضع كلا من العددين الآتيين على الصورة $(\frac{أ}{ب})^{٣}$:

(١) $(-٣\frac{٣}{٨})$ (٢) $(٤\frac{١٧}{٢٧})$

---

[٥] اختصر لأبسط صورة: $\left(-\frac{٣}{٩}\right)^{٢} \times \left(\frac{٩}{٤}\right)^{٢} \times \left(\frac{٨١}{١٦}\right)^{صفر}$

---

[٦] ضع كلا من الأعداد النسبية الآتية على الصورة $(\frac{أ}{ب})^{٢}$ فى أبسط صورة :

(١) $\frac{٩}{٤}$ (٢) ٠,١٦ (٣) $\frac{٦٤}{٣٦}$

إعد ٠١٠٦٥

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

[٧] اختصر لأبسط صورة : $\left(-\frac{٧}{٣}\right)^{٣} \times \left(\frac{٥}{١٧}\right)^{\text{صفر}} \div \left(١\frac{٢}{٧}\right)^{٢}$

القوى الصحيحة غير السالبة

قوانين الأسس الصحيحة غير السالبة :

القوى الصحيحة غير السالبة (أي الأسس تكون صفر أو ص+)

إذا كان $\frac{أ}{ب}$ عددا نسبياً ، ن ، م عددين صحيحين غير سالبين

القانون الأول : $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{م} \times \left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} = \left(\frac{أ}{ب}\right)^{م+ن}$

عند ضرب الأساسات المتساوية نجمع الأسس

مثلا : $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{٣} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٥} = \frac{١}{٣٢}$ ، $٧^{٣} \times ٧^{٥} = ٧^{٨}$

، $\left(\frac{-٢}{٣}\right)^{٣} \times \left(\frac{-٢}{٣}\right)^{٤} = \left(\frac{-٢}{٣}\right)^{٧} = \frac{(-٢)^{٧}}{(٣)^{٧}} = \frac{-١٢٨}{٢١٨٧}$

القانون الثانى : $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{م} \div \left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} = \left(\frac{أ}{ب}\right)^{م-ن}$ **حيث ب ≠ ٠ ، م ⩾ ن**

عند قسمة الاساسات المتساوية نطرح الاسس

مثلا : $\left(\frac{١}{٣}\right)^{٨} \div \left(\frac{١}{٣}\right)^{٣} = \left(\frac{١}{٣}\right)^{٥} = \frac{١}{٢٤٣}$ ، $٣^{١٠} \div ٣^{٦} = ٣^{٤} = ٨١$

ملاحظة : إذا كان م = ن فإن : $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{م} \div \left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} = \left(\frac{أ}{ب}\right)^{\text{صفر}} = ١$

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

مثلا : $\left(\frac{٥}{٧}\right)^{٨} \div \left(\frac{٥}{٧}\right)^{٨} = \left(\frac{٥}{٧}\right)^{٠} = ١$ ، $(-٥)^{٧} \div (-٥)^{٧} = (-٥)^{\text{صفر}} = ١$

القانون الثالث : $\left[\left(\frac{أ}{ب}\right)^{م}\right]^{ن} = \left(\frac{أ}{ب}\right)^{م \times ن}$

مثلا : $\left[\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢}\right]^{٣} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢ \times ٣} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٦} = \frac{٦٤}{٧٢٩}$ ، $[(٣)^{٤}]^{٥} = ٣^{٢٠}$

ملاحظات:

إذا كان $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د}$ عددان نسبيان ، م عدد صحيح غير سالب فإن :

أولا : $\left(\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د}\right)^{م} = \left(\frac{أ}{ب}\right)^{م} \times \left(\frac{جـ}{د}\right)^{م}$

مثلا $\left(\frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{٧}\right)^{٣} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٣} \times \left(\frac{٥}{٧}\right)^{٣}$

ثانيا : $\left(\frac{أ}{ب} \div \frac{جـ}{د}\right)^{م} = \left(\frac{أ}{ب}\right)^{م} \div \left(\frac{جـ}{د}\right)^{م}$

مثلا $\left(\frac{٢}{٥} \div \frac{٣}{٤}\right)^{٣} = \left(\frac{٢}{٥}\right)^{٣} \div \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٣}$

مثال : احسب ما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة :

$$\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٥} \times \left[\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٣}\right]^{٦} \div \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٦}$$

الحل : $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٨} \div \left(\frac{٢}{٣}\right)^{١٨} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{-١٠} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢} = \frac{٤}{٩}$

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

تمارين على القوى الصحيحة غير السالبة

[١] أكمل ما يأتى :

(١) $(-\frac{١}{٢})^{٤} \div (\frac{١}{٢})^{٢} =$ .....

(٢) $(\frac{٣}{٧})^{٥} \div (\frac{٣}{٧})^{٤} =$ .....

(٣) أكبر عدد فى العددين $(-\frac{١}{٣})^{٢٥}$ ، $(\frac{١}{٣})^{٧}$ هو .....

(٤) الفرق بين العددين $(-١)^{٨}$ ، $(-١)^{٩}$ يساوى .....

(٥) $(٣ س^{٢})^{٣} =$ .....

(٦) $٢ (س ص^{٣})^{٢} =$ .....

(٧) $-٥ س^{صفر} =$ .....

(٨) $(٧ س)^{صفر} =$ .....

(٩) ربع العدد $٤^{٢٠} =$ .....

---

[٢] أيهما أكبر : $(-١)^{٤٨}$ أم $(-١)^{٤٩}$ ثم أوجد الفرق بينهما

---

[٣] أحسب كلا مما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة :

(١) $(\frac{٢}{٣})^{٣} \times (\frac{٢}{٣})^{٢}$

(٢) $(\frac{٢}{٧})^{٥} \div (\frac{٢}{٧})^{٣}$

(٣) $(\frac{١}{٢})^{٩} \div (-\frac{١}{٢})^{٦}$

(٤) $[(-\frac{١}{٢})^{٣}]^{٢}$

(٥) $(-٢ س^{٢} ص^{٣})^{٤}$

(٦) $(-\frac{س ص^{٦}}{ع^{٢}})^{٢}$

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

[٣] ختصر لأبسط صورة : $\frac{م^{٥} \times م^{٤}}{م^{٦}}$ ثم أوجد قيمة الناتج عندما م = $\frac{٢}{٣}$

القوى الصحيحة السالبة

إذا كان م عدد نسبياً (لا يساوى الصفر) و كان ن عددا صحيحا موجباً

فإن : $م^{-ن} = \frac{١}{م^{ن}}$ ، $م^{ن} = \frac{١}{م^{-ن}}$

مثلا : $٢^{-٣} = \frac{١}{٢^{٣}} = \frac{١}{٨}$ ، $س^{-١} = \frac{١}{س}$ ، $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٢} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} = \frac{٩}{٤}$

ملاحظات

(١) كلا من $م^{-ن}$ ، $م^{ن}$ معكوس ضربي الأخر مثلا $س^{٣} \times س^{-٣} = س^{صفر} = ١$

(٢) يمكن وضع العدد النسبى فى صورة آسية مثلا $٢٧ = ٣ \times ٣ \times ٣ = ٣^{٣}$

$\frac{١}{٨} = \frac{١^{٣}}{٢^{٣}} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٣}$ ،

ملحوظة :

جميع القوانين السابقة فى الدرس السابق سوف تطبق فى مسائل الدرس الحالي

مثال : احسب قيمة كل مما يأتي :

(١) $٣^{٧} \times ٣^{-٣}$ (٢) $\frac{٣}{٣^{-٢}}$ (٣) $\frac{٦^{-٢}}{٦^{-٣}}$ (٤) $(٥^{-١})^{-٣}$

(٥) $\frac{٧^{-٢} \times ٧^{٥}}{٧^{٣}}$ (٦) $(٣^{صفر} \times ٢^{-٢})^{-٢}$ (٧) $(٣^{صفر} - ٢^{-٢})^{-٢}$

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

الحل : (١) $٣^{٧} \times ٣^{-٣} = ٣^{٧-٣} = ٣^{٤} = ٨١$ **(٢)** $\frac{٣}{٣^{-٢}} = ٣^{١+٢} = ٣^{٣} = ٢٧$

(٣) $\frac{٦^{-٢}}{٦^{-٣}} = ٦^{-٢+٣} = ٦$ **(٤)** $(٥^{-١})^{-٣} = ٥^{٣} = ١٢٥$

(٥) $\frac{٧^{-٢} \times ٧^{٥}}{٧^{٣}} = \frac{٧^{-٢+٥}}{٧^{٣}} = \frac{٧^{٣}}{٧^{٣}} = ١$

(٦) $(٣^{\text{صفر}} \times ٢^{-٢})^{-٢} = (١ \times \frac{١}{٢})^{-٢} = (\frac{١}{٢})^{-٢} = (٢^{-١})^{-٢} = ٢^{٢} = ٤$

(٧) $(٣^{\text{صفر}} - ٢^{-٢})^{-٢} = (١ - \frac{١}{٢})^{-٢} = (\frac{١}{٢})^{-٢} = ٢^{٢} = ٤$

مثال: اختصر كلا مما يأتي مع جعل الناتج بأس صحيح موجب حيث المقام ≠ .

(١) $٧س^{-١}$ **(٢)** $(ن^{-١})^{-٣}$ **(٣)** $(م^{-٢})^{٣}$ **(٤)** $(\frac{ص^{٥}}{ص^{-٣}})^{-٣}$

الحل:

(١) $٧س^{-١} = \frac{٧}{س}$ **(٢)** $(ن^{-١})^{-٣} = ن^{٣}$ **(٣)** $(م^{-٢})^{٣} = م^{-٦} = \frac{١}{م^{٦}}$

(٤) $(\frac{ص^{٥}}{ص^{-٣}})^{-٣} = (ص^{٥+٣})^{-٣} = (ص^{٨})^{-٣} = ص^{-٢٤} = \frac{١}{ص^{٢٤}}$

مثال : ينمو عدد سكان مدينة طبقا للقاعدة : س = ٢ (١.٠٣)^{ن} مليون نسمة
حيث س عدد السكان بالمليون ، ن عدد السنين :
(١) ما عدد السكان بعد سنتين ؟ (٢) ما عدد السكان الآن ؟
(٣) ما عدد السكان منذ سنة ؟

الحل : (١) عدد السكان بعد سنتين = ٢ (١.٠٣)^{٢} = ٢ × ١.٠٦٠٩ = ٢.١٢١٨
(٢) عدد السكان الآن = ٢ (١.٠٣) = ٢.٠٦
(٣) عدد السكان منذ سنة = ٢ (١.٠٣)$^{-١}$ = ٢ × $\frac{١}{١.٠٣}$ ≈ ١.٩٤

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

تمارين على القوى الصحيحة السالبة

[١] أكمل ما يأتى :

(١) أ$^{-٢}$ × أ = $\frac{١}{\dots\dots}$

(٢) أ$^{-٤}$ ÷ أ$^{-٦}$ = ...

(٣) ٣$^{-٣}$ = ...

(٤) $(\frac{١}{٦})^{-١}$ = ...

(٥) $(س^{-٣})^{٢}$ = ...

(٦) $(٣ س^{-١})^{٢} = ٩ س^{\dots\dots} = \frac{٩}{\dots\dots}$

(٧) $(٣ أ^{٢})^{-١} = \frac{١}{\dots\dots}$

(٨) $٢ س^{-٢} ص^{-٣} = \frac{٢}{\dots\dots}$

---

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :

١) قيمة ب$^{-٣}$ تكون غير معرفة عندما ب = ... (٣ أ، ١ أ، – ٣ أ، صفر)

٢) إذا كانت س = $\frac{١}{٣}$ ، ص = –٢ فإن $س^{ص}$ = ... ($\frac{١}{٩}$ أ، – $\frac{١}{٩}$ أ، ٩ أ، – ٨١)

٣) ٥ $ح^{صفر}$ = ... (٥ أ، ١ أ، ٥ ح أ، ح)

٤) ٠,١٢٥ = ... (٥$^{-٣}$ أ، ٥^{٣} أ، ٢$^{-٣}$ أ، ٢^{٣})

٥) ٣ س$^{-١}$ = ... ($\frac{١}{٣}$ س أ، $\frac{٣}{س}$ أ، س$^{-٣}$ أ، س^{٣})

٦) $(ن^{-١})^{-٣}$ = ... (ن$^{-٤}$ أ، ن^{٣} أ، ن$^{-٣}$ أ، $\frac{٣}{ن}$)

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

[٣] أحسب قيمة كل مما يأتى :

(١) $٥^{-١}$

(٢) $٤^{-٢} \times ٤^{٥}$

(٣) $\frac{٣}{٣^{-٢}}$

(٤) $(\frac{٣^{-١}}{٣})^{٢}$

(٥) $٣^{٧} \times ٣^{-٣}$

(٦) $(٣^{-٢})^{-٢}$

(٧) $٤^{-٢}$

(٨) $(٥^{-١})^{-٣} \cdot$

[٤] أحسب قيمة كل مما يأتى :

(١) $\frac{٣^{٢} \times ٣^{-٣}}{٣^{-٤}}$

(٢) $\frac{٨ \times ٨^{-٢}}{٨^{-٣}}$

(٣) $(\frac{٩^{٢} \times ٩}{٩^{٥}})^{-٣}$

(٤) $\frac{١٠^{٢} \times ٠,١}{٠,٠٠١}$

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

الصورة القياسية للعدد

نعلم أن :

$١٠ = ١٠$ ، $١٠٠ = ١٠^{٢}$ ، $١٠٠٠ = ١٠^{٣}$ ، $١٠٠٠٠ = ١٠^{٤}$ ، .....

و على هذا فإن:

$٢٠٠ = ٢ \times ١٠٠ = ٢ \times ١٠^{٢}$ ، $٦٠٠٠ = ٦ \times ١٠٠٠ = ٦ \times ١٠^{٣}$

نعلم أن :

$٠.١ = \frac{١}{١٠} = ١٠^{-١}$ ، $٠.٠١ = \frac{١}{١٠٠} = ١٠^{-٢}$ ، $٠.٠٠١ = \frac{١}{١٠٠٠} = ١٠^{-٣}$

و على هذا فإن:

$٠.٠٠٥ = \frac{٥}{١٠٠٠} = ٥ \times ١٠^{-٣}$ ، $٠.٠٠٠٦ = \frac{٦}{١٠٠٠} = ٦ \times ١٠^{-٤}$

الصورة القياسية للعدد

العدد النسبي يكون على الصورة إذا كان بالصورة :

$أ \times ١٠^{ن}$ **حيث** ن ∈ ص ، $١ \leqslant |أ| < ١٠$

مثلا : ٥.٤×١٠^{٤} ، ٧.٢×١٠^{-٣} ، ٣.٣٢٤×١٠^{٣}

كيفية كتابة العدد النسبي علي الصورة القياسية

أولا : إذا كان العدد النسبي ⩾ ١ :

نضع العلامة العشرية قبل أول رقم صحيح من جهة اليسار ونضرب العدد في $١٠^{ن}$ حيث ن عدد الخانات التي تحركنها للعلامة العشرية إلي اليسار .

مثال : اكتب الأعداد الآتية علي الصورة القياسية $أ \times ١٠^{ن}$ **حيث** ن ∈ ص

(١) ٥٠٠٠ **(٢)** ٥٤٣٠٠٠٠ **(٣)** ١٨ مليون **(٤)** ٤٩ **(٥)** ٦٤٠

الحل : (١) $٥٠٠٠ = ٥ \times ١٠^{٣}$ **(٢)** $٥٤٣٠٠٠٠ = ٥.٤٣ \times ١٠^{٦}$

(٣) ١٨ مليون $= ١٨٠٠٠٠٠٠ = ١.٨ \times ١٠^{٧}$ **(٤)** $٤٩ = ٤.٩ \times ١٠$

(٥) $٦٤٠ = ٦.٤ \times ١٠^{٢}$

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

ثانيا : إذا كان العدد النسبى > ١ :

تتحرك العلامة العشرية يمينا حتى بعد أول عدد صحيح ثم نضرب فى ١٠^ن حيث ن عدد الخانات التي تتحركها العلامة إلى جهة اليمين .

مثال : اكتب الأعداد على الصورة القياسية م × ١٠^ن حيث ن ∈ ص

(١) ٠.٠٠٦٥ (٢) ٠.٠٠٠٠٤٩ (٣) ٠.٠٠٠٠٠٠٣٥٧ (٤) (٠.٠٠٣)^٣

الحل : (١) ٠.٠٠٦٥ = ٦.٥ × ١٠^-٣ (٢) ٠.٠٠٠٠٤٩ = ٤.٩ × ١٠^-٥
(٣) ٠.٠٠٠٠٠٠٣٥٧ = ٣.٥٧ × ١٠^-٦
(٤) (٠.٠٠٣)^٣ = ٠.٠٠٠٠٠٠٢٧ = ٢.٧ × ١٠^-٧

ملحوظة: ١- الصورة القياسية للعدد ١ هي ١ × ١٠^صفر
٢- الصورة القياسية للعدد النسبي تسهل قراءة العدد

مثال: اكتب كلا من الأعداد الآتية على الصورة القياسية م × ١٠^ن حيث ن ∈ ص

(١) ٣٦ × ١٠^٥ (٢) ٠.٠٠٤٨ × ١٠^٥ (٣) ٧٨ × ١٠^-٧
(٤) ٠.٦ × ١٠^-٩ (٥) ٣٦٠٠ × ١٠^-١٠ (٦) ٠.١٢٣ × ١٠^٤

الحل :
(١) ٣٦ × ١٠^٥ = ٣.٦ × ١٠ × ١٠^٥ = ٣.٦ × ١٠^٦
(٢) ٠.٠٠٤٨ × ١٠^٥ = ٤.٨ × ١٠^-٣ × ١٠^٥ = ٤.٨ × ١٠^٢
(٣) ٧٨ × ١٠^-٧ = ٧.٨ × ١٠ × ١٠^-٧ = ٧.٨ × ١٠^-٦
(٤) ٠.٦ × ١٠^-٩ = ٦ × ١٠^-١ × ١٠^-٩ = ٦ × ١٠^-١٠
(٥) ٣٦٠٠ × ١٠^-١٠ = ٣.٦ × ١٠^٣ × ١٠^-١٠ = ٣.٦ × ١٠^-٧
(٦) ٠.١٢٣ × ١٠^٤ = ١.٢٣ × ١٠^-١ × ١٠^٤ = ١.٢٣ × ١٠^٣

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

مثال : اكتب ناتج كل من الأعداد الآتية على الصورة القياسية :

(١) (٤.٤ × ١٠ ^{٣}) × (٢ × ١٠ ^{٥}) (٢) (٣.٨ × ١٠ ^{٨}) ÷ (١.٩ × ١٠ ^{٦})
(٣) (٣.٨ × ١٠ ^{٥}) + (٤.٦ × ١٠ ^{٤}) (٤) (٥.٣ × ١٠ ^{٨}) – (٨.٠ × ١٠ ^{٧})

الحل :

(١) (٤.٤ × ١٠ ^{٣}) × (٢ × ١٠ ^{٥}) = (٤.٤ × ٢) × (١٠ ^{٣} × ١٠ ^{٥})
= ٨.٨ × ١٠ ^{٨}

(٢) (٣.٨ × ١٠ ^{٨}) ÷ (١.٩ × ١٠ ^{٦}) = (٣.٨ ÷ ١.٩) × (١٠ ^{٨} ÷ ١٠ ^{٦})
= ٢ × ١٠ ^{٢}

(٣) (٣.٨ × ١٠ ^{٥}) + (٤.٦ × ١٠ ^{٤}) = ١٠ ^{٤} (٣.٨ × ١٠ + ٤.٦)
= ١٠ ^{٤} (٣٨ + ٤.٦) = ١٠ ^{٤} × ٤٢.٦
= ٤.٢٦ × ١٠ ^{٥}

(٤) (٥.٣ × ١٠ ^{٨}) – (٨.٠ × ١٠ ^{٧}) = ١٠ ^{٧} (٥.٣ × ١٠ – ٨.٠)
= ١٠ ^{٧} × (٥٣ – ٨) = ٤٥ × ١٠ ^{٧}
= ٤.٥ × ١٠ ^{٨}

مثال : أوجد قيمة ن إذا كان :

(١) (٠.٠٣)^{٢} = ٩ × ١٠ ^{ن} (٢) ٧٨٩٤ = ٧.٨٩٤ × ١٠ ^{ن}

(٣) ٠.٠٣٤٦ = ٣.٤٦ × ١٠ ^{ن}

الحل : (١) (٠.٠٣)^{٢} = ٩ = ٠.٠٠٠ ٩ = ٩ × ١٠ ^{ن} ∴ ن = ٤
(٢) ن = ٣
(٣) ٠.٠٣٤٦ = ٣.٤٦ × ١٠ $^{-٢}$ ∴ ن = - ٢

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

تمارين على الصورة القياسية

[١] اكتب كلا من الأعداد الآتية على الصورة القياسية م × ١٠ ^ ن حيث ن ∈ ص :

(١) ١٢٥ مليون (٢) ٦٧٠٠٠٠٠ (٣) ٠.٠٠٠٠٥٧ (٤) ٤٨

(٥) ٤٦ × ١٠ ^ ٧ (٦) ٠.٤٣٢ × ١٠ ^ ٤ (٧) ٧٥٠ × ١٠ ^ -٩ (٨) (٠.٠٢) ^ ٣

[٢] اكتب ناتج كلا مما يأتي على الصورة م × ١٠ ^ ن حيث ن ∈ ص :

(١) (٣.٣ × ١٠ ^ ٧) × (٢ × ١٠ ^ ٤)
(٢) (٢.٥ × ١٠ ^ ٣) + (٣.٦ × ١٠ ^ ٤)
(٣) (٦.٤ × ١٠ ^ -٩) ÷ (٣.٢ × ١٠ ^ -٤)
(٤) (٢.٦ × ١٠ ^ ٧) – (٢.٤ × ١٠ ^ ٦)

[٣] رتب تنازليا الأعداد الآتية :
٢.٣ × ١٠ ^ ٣ ، ٣.٤ × ١٠ ^ ٤ ، ١.٢ × ١٠ ^ ٤ ، ٢.٣ × ١٠ ^ ٥ ، ٥.٦ × ١٠ ^ ٧

[٤] أوجد قيمة ن إذا كان :
(١) ٠.٠٠٠٣٥٧ = ٣.٥٧ × ١٠ ^ ن (٢) (٠.٠٠٤) ^ ٢ = ١.٦ × ١٠ ^ ن

(٣) ٤٥٧٠٠٠٠٠ = ٤.٥٧ × ١٠ ^ ن (٤) ٦٧٨٩ = ٦.٧٨٩ × ١٠ ^ ن

[٥] فى كل مما يأتى عين الأعداد التى ليست على الصورة القياسية و اكتبها على الصورة القياسية :

(١) ٧.٨ × ١٠ ^ -٥ (٢) ٠.٨٨٨ × ١٠ ^ ٩ (٣) ١٨ × ١٠ ^ ٧

(٤) ٠.٤ × ١٠ ^ -٨ (٥) ٤٠٧ × ١٠ ^ -٨ (٦) ٠.٠٠٠٦ × ١٠ ^ ٤

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

ترتيب إجراء العمليات الحسابية الرياضية

لإيجاد قيمة عملية حسابية :

١) أَجْرِ الْعَمَلِيَّاتِ دَاخِلَ الأَقْوَاسِ أَوَّلاً.

٢) احْسِبْ قُوَى الْعَدَدِ.

٣) أَجْرِ عَمَلِيَّاتِ الضَّرْبِ وَالْقِسْمَةِ بِالتَّرْتِيبِ مِنَ الْيَمِينِ إِلَى الْيَسَارِ.

٤) أَجْرِ عَمَلِيَّاتِ الْجَمْعِ وَالطَّرْحِ بِالتَّرْتِيبِ مِنَ الْيَمِينِ إِلَى الْيَسَارِ.

مثلا : ١٢ × ٢ ÷ ٤ (نضرب ١٢ × ٢ ثم نقسم على ٤) = ٢٤ ÷ ٤ = ٦

---

(١) احسب قيمة (١٢٣ – ٦٣) ÷ ٤ × ٥

الحل : ٦٠ ÷ ٤ × ٥ = ١٥ × ٥ = ٧٥

---

(٢) احسب قيمة ٣ + ٦ × (٥ + ٤) ÷ ٣ – ٧

الحل :

٣ + ٦ × (٥ + ٤) ÷ ٣ – ٧ = ٣ + ٦ × ٩ ÷ ٣ – ٧ فك الاقواس

= ٣ + ٥٤ ÷ ٣ – ٧ عملية الضرب

= ٣ + ١٨ – ٧ عملية القسمة

= ٢١ – ٧ عملية الجمع

= ١٤ عملية الطرح

---

(٢) احسب قيمة : ٤ – ٣ [٤ – ٢ (٦ – ٣)] ÷ ٢

الحل : ٤ – ٣ [٤ – ٢ (٦ – ٣)] ÷ ٢ = ٤ – ٣ (٤ – ٢ × ٣) ÷ ٢

= ٤ – ٣ (٤ – ٦) ÷ ٢

= ٤ – ٣ (- ٢) ÷ ٢

= ٤ + ٦ ÷ ٢ = ٤ + ٣ = ٧

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

(٤) احسب قيمة : ٢ ^{٣} + [٤ + (٢ – ١)]

الحل :

٢ ^{٣} + [٤ + (٢ – ١)] = ٨ + [٤ + ١] = ٨ + ٥ = ١٣

---

(٥) احسب قيمة : ٣ [(٣ ^{٢} + ١) – (٢ ^{٣} – ٢)]

الحل :

٣ [(٣ ^{٢} + ١) – (٢ ^{٣} – ٢)] = ٣ [(٩ + ١) – (٨ – ٢)]

= ٣ (١٠ – ٦) = ٣ × ٤ = ١٢

<u>ملحوظة</u>: فى حل المسائل التى تحتوى على كسر يجب إجراء العمليات الرياضية فى البسط و المقام قبل إجراء عملية القسمة .

---

(٦) احسب قيمة : $\frac{١٢ + ٩ \div ٣}{٤ - (١٧ - ٨)}$

الحل :

$$\frac{١٢ + ٩ \div ٣}{٤ - (١٧ - ٨)} = \frac{١٢ + ٣}{٤ - ٩} = \frac{١٥}{-٥} = -٣$$

---

(٧) إذا كانت س = ٢ ، ص = ٥ أوجد القيمة العددية لكل من :

(١) (س – ص)^{٢} (٢) ١٠ س ÷ ص (٥ – س)^{٢}

الحل : (١) (س – ص)^{٢} = (٢ – ٥)^{٢} = (- ٣)^{٢} = ٩

(٢) ١٠ س ÷ ص (٥ – س)^{٢} = ١٠ × ٢ ÷ ٥ (٥ – ٢)^{٢}

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

= ١٠ × ٢ ÷ ٥ × ٣^{٢} = ١٠ × ٢ ÷ ٥ × ٩

= ٢٠ ÷ ٥ × ٩ = ٤ × ٩ = ٣٦

تمارين على ترتيب العمليات الحسابية

[١] احْسِبْ قِيمَةَ كُلٍّ مِمَّا يَلِي:

[أ] ٣ + [٥ + ٢(٨ ÷ ٤)]

[ب] ٢^{٣} + [٤ + (٢ - ١)]

[جـ] ٧ (٢^{٦} ÷ ٢ × ٣)

[د] ٩ + ٤ × ٣^{٢}

[هـ] ١٩٦ ÷ (٧ - ٥)^{٢}

[و] ٤ × ٧ - ٣^{٢}

[ز] ١٤٤ - ٨ ÷ ٢^{٣}

[ح] ٤ × ٢^{٣} - ٢٠

[ط] ١٢ (٣^{٢}) ÷ ٢٤ + ٣^{٢}

[٢] اخْتَصِرْ كُلًّا مِمَّا يَأْتِي فِي أَبْسَطِ صُورَةٍ:

[أ] ٢ - [(٧ - ٣) - ٢]

[ب] [٤ - (٥ - ٢)] - ١

[جـ] $\frac{١٥ + ٧}{١٥ - ٤}$

[د] $\frac{٨ + ٢٠ - ٤}{٨ - ٤}$

[هـ] ٢ [(٥^{٢} + ١) - (٤^{٢} - ١)]

[و] ٥ [(٢^{٢} - ١) - (٢^{٢} - ٢)]

[ز] $\frac{٥ \times ٢ + ٥}{١ + ٢^{٢}}$ + ٥ - ٥^{٢}

[ح] $\frac{٢^{٣} \times ٦ \div ٣}{٢ \times ١ + (٣ + ١)^{٢}}$

[٣] أَوْجِدِ الْقِيمَةَ الْعَدَدِيَّةَ لِكُلِّ مِقْدَارٍ مِمَّا يَلِي عِنْدَمَا س = ٢ ، ص = ٥:

[أ] (س + ص)^{٢}

[جـ] $\left(\frac{\text{س}}{\text{ص}}\right)^{٢}$

[هـ] $\frac{\text{ص} - \text{س}}{\text{ص}^{٢}}$

[٤] أَوْجِدْ قِيمَةَ الْمِقْدَارِ: ١٦ أ ÷ ٤ ب + ٣ ب أ عِنْدَمَا أ = ٩ ، ب = ٦

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

الجذر التربيعى لعدد نسبى موجب

تمهيد : ٧ ٢ = ٧ × ٧ = ٤٩ ، (- ٧)٢ = ٤٩ ، س × س = س٢ ، ٣ ٢ = ٩

إذا علم مربع عدد فإن الجذر التربيعى للمربع هو العدد مثلا [|٤٩| = [٧ ٢= ٧

نستخدم الرمز [**ليعبر عن الجذر التربيعى الموجب للعدد النسبي .**

[|٢٥| = ٥ ، [|٦٤| = ٨ ، [|٨١| = ٩ ، [٥ ٢ = ٥ ، [(-٥)٢ = ٥ ،

[صفر = صفر ، - [|٢٥| = - ٥ ، _ [|٣٦| = _ ٦ ، _ [|١٦| = _ ٤

ملاحظات :

١-لا يوجد جذر تربيعى لعدد نسبي سالب ، [- |٩| ≠ – ٣ ليس له معنى

، _ [|٣٦| يدل على الجذران التربيعيان للعدد ٣٦

٢- [(أ ب)٢ = | أ ب | حيث | أ ب | ⩾ صفر

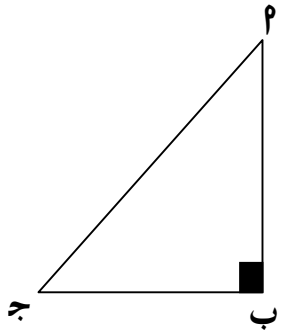
٣- $\sqrt{\left(\frac{أ}{ب}\right)^{٢}} = \left|\frac{أ}{ب}\right|$ حيث $\left|\frac{أ}{ب}\right|$ ⩾ صفر

٤- عند وجود عملية جمع أو طرح تحت الجذر التربيعى تجرى العملية أولا

قبل إيجاد الجذر التربيعي مثلا : [|٦٤| + |٣٦| = |١٠٠|] = ١٠

[|١٠٠| - |٣٦|] = |٦٤| ، ٨ = $\sqrt{(٤)^{٢} + (٣)^{٢}}$ = $\sqrt{١٦ + ٩}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥

٥- نظرية فيثاغورث : أ ب جـ **مثلث قائم الزاوية فى ب فإن :**



(أ جـ)٢ = (أ ب)٢ + (ب جـ)٢

،(ب جـ)٢ = (أ جـ)٢ – (أ ب)٢

،(أ ب)٢ = (أ جـ)٢ – (ب جـ)٢

و تستخدم النظرية لإيجاد طول أي ضلع فى المثلث القائم إذا علم طولا الضلعين الآخرين .

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

[١] أوجد الجذرين التربيعيين لكل من الأعداد الآتية :

[أ] ٦٤ [ب] $\frac{١}{٤}$ [جـ] ١٢١ [د] ١٠٠٠٠ [هـ] $\frac{٢٥}{٣٦}$ [و] $\frac{٩}{١٠٠}$

الحل:

(أ) $\pm\sqrt{٦٤} = \pm ٨$ (جـ) $\pm\sqrt{١٢١} = \pm ١١$ (هـ) $\pm\sqrt{\frac{٢٥}{٣٦}} = \pm\frac{٥}{٦}$

(ب) $\pm\sqrt{\frac{١}{٤}} = \pm\frac{١}{٢}$ (د) $\pm\sqrt{١٠٠٠٠} = \pm ١٠٠$ (و) $\pm\sqrt{\frac{٩}{١٠٠}} = \pm\frac{٣}{١٠}$

---

[٢] أوجد كلا مما يأتى فى أبسط صورة :

(١) $\sqrt{٣٦}$ (٢) $-\sqrt{\frac{٦٤}{٢٥}}$ (٣) $\pm\sqrt{\frac{١}{٦}}$ (٤) $-\sqrt{٠.٩٦}$ (٥) $\sqrt{\frac{٢٥س^{٢}ص^{٤}}{٣٦}}$

الحل :

(١) $\sqrt{٣٦} = ٦$ (٢) $-\sqrt{\frac{٦٤}{٢٥}} = -\frac{٨}{٥}$ (٣) $\pm\sqrt{\frac{٢٥}{٤}} = \pm\frac{٥}{٢}$

(٤) $-\sqrt{٠.٩٦} = -١.٤$

(٥) $\sqrt{\frac{٢٥س^{٢}ص^{٤}}{٣٦}} = \frac{٥ س ص^{٢}}{٦}$

---

[٣] اختصر كلا مما يأتى إلى أبسط صورة :

(أ) $\sqrt{\frac{٦٤}{٢٥}} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{صفر} \times \left(\frac{٥}{٢}\right)^{٣}$ (ب) $\left(\frac{٣}{٤}\right) \times \left(\frac{-٢}{٣}\right)^{٣} \times \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٢}$

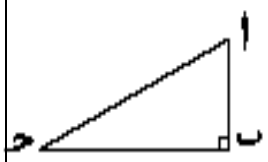
الحل :

(أ) $\sqrt{\frac{٦٤}{٢٥}} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{صفر} \times \left(\frac{٥}{٢}\right)^{٣} = \frac{٨}{٥} \times ١ \times \frac{١٢٥}{٨} = ٢٥$

(ب) $\frac{٣}{٤} \times \left(\frac{-٢}{٣}\right)^{٣} \times \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٢} = \frac{٩}{٤} \times \frac{-٨}{٢٧} \times \frac{٣}{٤} = \frac{-١}{٢}$

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

[٤] فِي الْمُثَلَّثِ الْمُقَابِل: ف (∠ اب حـ) = ٩٠° ، أوجِدْ طُولَ:



[أ] $\overline{اح}$ إذا كان اب = ٩سم ، ب حـ = ١٢سم. [ب] $\overline{اب}$ إذا كان اح = ١٠سم ، ب حـ = ٦ سم

الحَـــلُّ

[أ] $(اح)^{٢} = (اب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}$

$= ٩^{٢} + ١٢^{٢}$

$= ٢٢٥$

اح = $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥ سم

[ب] $(اب)^{٢} = (اب)^{٢} - (ب حـ)^{٢}$

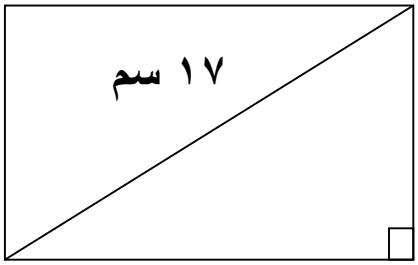
$= ١٠^{٢} - ٦^{٢}$

$= ٦٤$

اب = $\sqrt{٦٤}$ = ٨ سم

---

[٥] مستطيل قطره ١٧ سم و عرضه ٨ سم أوجد طوله .



الحل:

طول المستطيل = $\sqrt{(١٧)^{٢} - (٨)^{٢}}$

$= \sqrt{٢٨٩ - ٦٤}$ = [١٥]

= ١٥ سم

---

[٦] مساحة مربع تساوى مساحة مثلث طول قاعدته ٩ سم ، و ارتفاعه ٨ سم
أوجد طول ضلع المربع .

الحل : مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × طول القاعدة × الارتفاع

$= \frac{١}{٢} \times ٩ \times ٨ = ٣٦$ سم^{٢}

∴ مساحة المربع = مساحة المثلث ∴ مساحة المربع = ٣٦ سم^{٢}

∴ طول ضلع المربع = [٣٦] = ٦ سم

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

تمارين على الجذر التربيعى

[١] أكمل:

[أ] $\sqrt{٤٠٠} = \sqrt{٢٠ \times ٢٠} =$ .... [جـ] $-\sqrt{\frac{١٤٤}{٤٩}} = -$ .... $= \sqrt{(\ldots)^{٢}}$

[ب] $\sqrt{\frac{٩}{٦٢٥}} = \sqrt{(\frac{٣}{٢٥})^{٢}} =$ .... [د] $\sqrt{(\frac{-٢}{٣})^{٢}} =$ ....

---

[٢] اختصر إلى أبسط صورة كلاً من:

[أ] $\sqrt{١٦}$ [ب] $-\sqrt{٢٥}$ [جـ] $-\sqrt{٢٤}$ [د] $\pm\sqrt{\frac{٢٥}{٣٦}}$ [هـ] $-\sqrt{\frac{١٤٩}{١٠٠ \times ٢٥}}$

[و] $\pm\sqrt{٢٨}$ [ز] $-\sqrt{\frac{٦٤}{٢٥}}$ [ح] $\pm\sqrt{\frac{٨١٦}{٢٠١٣١}}$

---

[٣] أوجد الجذرين التربيعيين لكل من الأعداد الآتية :

(١) ٦٤ (٢) ٢,٥٦ (٣) $٦\frac{١١}{٢٥}$ (٤) ٨١ − ١٦٨١ (٥) ٤٩ + ٥٧٦

---

[٤] (١) Δ س ص ع قائم الزاوية في ص فيه س ع = ٢٥ سم ، ص ع = ٢٤ سم احسب طول س ص

(٢) أ ب جـ ء مستطيل فيه أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم احسب طول $\overline{ب ء}$.

(٣) مربع مساحة سطحه تساوي ١٤٤ سم^{٢} احسب طول ضلعه .

[٥] اختصر لابسط صورة : $\sqrt{\frac{١٩}{٤}} \times (\frac{٢}{٧})^{٠} \times (\frac{-٣}{٧})^{٢}$

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

حل المعادلات من الدرجة الاولى

العلاقة س + ٣ = ٥ تسمى معادلة من الدرجة الأولى فى مجهول واحد هو س

مفاهيم أساسية : [المعادلة طرفان بينهما يساوى و تحتوى على مجهول س]
صورة المعادلة أ س = ب
(١) مجموعة التعويض : هي مجموعة الأعداد التي تأخذها س (المتغير)
(٢) مجموعة الحل : (حل المعادلة) هي الأعداد التي تأخذها س وتجعل الطرفان متساويان .
(٣) تحقيق المعادلة : أي القيمة التي تأخذها س تجعل الطرفان متساويان .

خواص التساوى فى ن : إذا كانت أ ، ب ، جـ اعداد نسبية

(١) الاضافة : إذا كان أ = ب فإن أ + جـ = ب + جـ
(٢) الحذف : إذا كان أ + جـ = ب + جـ فإن أ = ب
(٣) الضرب و القسمة :
- إذا كان أ = ب فإن أ × جـ = ب × جـ ، جـ ≠ صفر
- إذا كان أ × جـ = ب × جـ فإن أ = ب

ملاحظات :
(١) معادلات الدرجة الأولى فى مجهول واحد التى لها نفس الحل تسمى معادلات متكافئة .
(٢) إذا كان العدد الذى يحقق المعادلة (حل المعادلة) غير موجود فى مجموعة التعويض فإن مجموعة الحل فى هذه الحالة = ∅

*** طرق حل المعادلات : [١] طريقة الحذف [٢] طريقة التعويض**
[٣] علي حسب مفهوم الطرح والقسمة
ملحوظة : يمكن استخدام إحدى الطرق السابقة و لكن نحن نفضل (٣)

مثال : إذا كانت مجموعة التعويض { صفر ، ٣ ، ٤ ، ٥ }
أوجد مجموعة الحل للمعادلة ٣ س + ١ = ١٣
الحل :

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

الحل :

قيم س	الطرف الأيمن للمعادلة	النتيجة
صفر	٣ × ٠ + ١ = ١	لا تحقق
٣	٣ × ٣ + ١ = ١٠	لا تحقق
٤	٣ × ٤ + ١ = ١٣	تحقق
٥	٣ × ٥ + ١ = ١٦	لا تحقق

عند س = ٤ الطرف الأيمن = الطرف الأيسر فإن مجموعة الحل = { ٤ }

أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية :

(١) ٣ س = ٦
(٢) س + ٥ = ٣ حيث س g ط
(٣) س + ٥ = ٣ حيث س g ص
(٤) س ـ ٣ = ٣ تحقق من الحل
(٥) ٥ س + ١ = ١١ حيث س g ن
(٦) ٤ س ـ ٢ = ٣ س + ٥ حيث س g ص
(٧) ٤ (س ـ ٣) = ١٢
(٨) ٣ س + ٥ س + ١ = ٣٣ حيث س g ن

الحل :

(١) ٣ س = ٦ بقسمة الطرفين علي ٣

$$\frac{٣ س}{٣} = \frac{٦}{٣} \quad ، \quad س = ٢ \quad ، \quad م . ح = \{ ٢ \}$$

(٢) س + ٥ = ٣ حيث س g ط
، س = ٣ ـ ٥ ، س = ـ ٢ ، م . ح = Ø

(٣) س + ٥ = ٣ حيث س g ص
، س = ٣ ـ ٥ ، س = ـ ٢ ، م . ح = { ـ ٢ }

(٤) س ـ ٣ = ٣ ، س = ٣ + ٣ ، س = ٦ ، م . ح = { ٦ }
التحقيق : الطرف الايمن = ٦ ـ ٣ = ٣ = الايسر B الطرفان متساويان

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

(٥) ٥ س + ١ = ١١ ، ٥ س = ١١ ـ ١ ، ٥ س = ١٠

$\frac{٥ س}{٥} = \frac{١٠}{٥}$ ، س = ٢ ، م . ح = { ٢ }

(٦) ٤ س ـ ٢ = ٣ س + ٥

٤ س ـ ٣ س = ٥ + ٢

س = ٧ ، م . ح = { ٧ }

(٧) ٤ (س ـ ٣) = ١٢ ، ٤ س ـ ١٢ = ١٢

، ٤ س = ٢٤ ، س = ٦ ، م . ح = { ٦ }

(٨) ٣ س + ٥ س + ١ = ٣٣

٨ س + ١ = ٣٣ ، ٨ س = ٣٣ ـ ١ ، ٨ س = ٣٢

$\frac{٨ س}{٨} = \frac{٣٢}{٨}$ ، س = ٤ ، م . ح = { ٤ }

سؤال للتفكير

[١] إذا كانت مجموعة التعويض { ١ ، ٢ ، ٣ } أوجد مجموعة الحل لكل من

س + ٢ = ٥ ، ٥ س ـ ٣ = ١٢

[٢] أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات آلاتية (حل المعادلات آلاتية) :

(١) س + ٥ = ٧ حيث س g ن و تحقق من الحل

(٢) س ـ ٤ = ٨ حيث س g ص

(٣) ٣ س + ٥ = ١٠ حيث س g ط

(٤) ٥ س = ١٥

(٥) ٤س + س + ٧ = ١٧ حيث س g ن

(٦) ٤ (س + ٣) = ١٢ تحقق من الحل

(٧) ٧ س ـ ٥ = ٤ س + ١٠ حيث س g ص

(٨) س + س = ٥ حيث س g ن

(٩) ٣ س ـ ٥ س + ٤ = ٨ حيث س g ط

(١٠) ٣ (٢ س ـ ٤) = ٥ (س ـ ١) + ٦ حيث س g ن

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

[٣] أكمل:

[أ] إذا كان س + ٩ = ١١ فإن قيمة ٧ س = ...

[ب] إذا كان ٢ ص = ٦ فإن قيمة ٦ ص = ...

[جـ] إذا كان ٢ أ + ٣ = ١٥ فإن قيمة $\frac{١}{٣}$ أ = ...

[د] إذا كان ك − $\frac{١}{٤}$ = ١ $\frac{١}{٣}$ فإن قيمة ٤ ك − ١٨ = ...

[هـ] إذا كان $\frac{س}{٤}$ = $\frac{٢}{٣}$ فإن قيمة $\frac{س}{٣}$ = ...

المتباينات

خواص التباين :

إذا كانت أ ، ب ، حـ ثلاثة أعداد

(١) خاصية الإضافة : إذا كانت أ < ب فإن أ + حـ < ب + حـ

مثلا: إذا كانت ٨ < ٥ فإن ٨ +٢ < ٥ + ٢

(٢) خاصية الضرب : إذا كانت أ < ب فإن أ حـ < ب حـ ، حـ > ٠

مثلا : إذا كانت ٦ < ٤ فإن ٦×٢ < ٤ × ٢

إذا كانت أ < ب فإن أ حـ > ب حـ ، حـ < ٠

مثلا : إذا كانت ٧ < ٥ فإن ٧ × (− ٢) > ٥ × (− ٢)

(٣) خاصية الحذف : إذا كانت أ + حـ < ب + حـ فإن أ < ب

إذا كانت أ حـ < ب حـ فإن أ < ب ، حـ > ٠

إذا كانت أ حـ > ب حـ فإن أ > ب ، حـ > ٠

تذكر أن : مجموعة الأعداد الطبيعية ط = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، .....}

مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة ص$^{+}$ = {١ ، ٢ ، ٣ ، .....}

مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة ص$^{-}$ = {−١ ، −٢ ، −٣ ، ...}

مجموعة الأعداد الصحيحة غير الموجبة = {٠ ، −١ ، −٢ ، ...}

مجموعة الأعداد الصحيحة غير السالبة = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ...}

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

مثال : عَبِّرْ رَمْزِيًّا عَنْ كُلٍّ مِمَّا يَلِي: أوجد القيم التى تحقق المتباينة :

[أ] س أَقَلُّ مِنْ أَوْ تُسَاوِي ٨

[ب] س تَقَعُ بَيْنَ – ٤ ، ٢

[جـ] س أَكْبَرُ مِنْ – ٣

[د] س أَكْبَرُ مِنْ أَوْ تُسَاوِي ٢

الحل : أ) س ≤ ٨ { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ }

ب) – ٤ < س < ٢ { – ٣ ، – ٢ ، – ١ ، ٠ ، ١ }

جـ) س > – ٣ { – ٢ ، – ١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٠٠٠ }

د) س ≥ ٢ { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٠٠٠ }

مثال: مَثِّلْ عَلَى خَطِّ الْأَعْدَادِ مَجْمُوعَةَ قِيَمِ س الَّتِي تُحَقِّقُ الْمُتَبَايِنَةَ س < ٧ حَيْثُ س:

[أ] عَدَدًا طَبِيعِيًّا.

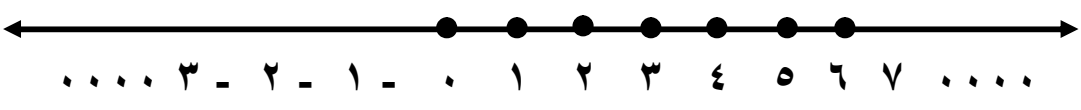
[ب] عَدَدًا صَحِيحًا مُوجَبًا.

[جـ] عَدَدًا صَحِيحًا غَيْرَ سَالِبٍ

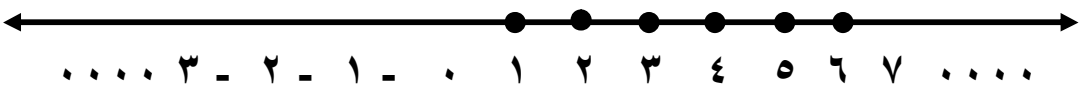
[د] عَدَدًا صَحِيحًا سَالِبًا، س ≥ – ٢

الحل :

[أ] { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

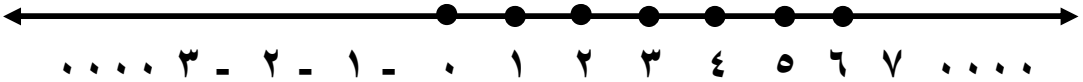


[ب] { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }



PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

[جـ] { ٦ ، ٥ ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ }



٠٠٠٠ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١ ٠ ـ ١ ـ ٢ ـ ٣ ٠٠٠٠

[د] { ٦ ، ٥ ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ ، ـ ١ ، ـ ٢ }

٠٠٠٠ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١ ٠ ـ١ ـ ٢ ـ ٣ ٠٠٠٠

مثال : إذا كانت مجموعة التعويض هي { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }
أوجد مجموعة الحل للمتباينة س + ٢ > ٥

الحل :

قيم س	الطرف الأيمن للمتباينة	النتيجة
١	١ + ٢ = ٣	لاتحقق
٢	٢ + ٢ = ٤	لاتحقق
٣	٣ + ٢ = ٥	لاتحقق
٤	٤ + ٢ = ٦	تحقق

عند س = ٤ تتحقق المتباينة م . ح = { ٤ }

مثال : حل المتباينة س + ٢ < ٧ الآتية حيث س ∈ ن
و مثلها علي خط الأعداد .

الحل :

س + ٢ < ٧
س < ٧ ـ ٢
س < ٥

م . ح = { س : س g ن ، س < ٧ }

٩ ٨ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١ ٠ ـ ١ ـ ٢

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

مثال : أوجد مجموعة الحل للمتباينة : ٢ س + ٣ ≤ ١١ ، س ∈ ن

الحل : ٢ س + ٣ ≤ ١١

٢ س ≤ ١١ − ٣

$\frac{٢ س}{٢} \leq \frac{٨}{٢}$

س ≤ ٤

م . ح = { س : س ∈ ن ، س ≤ ٤ }

مثال : حل المتباينة : ٢ س ≥ ١٠ حيث س ∈ ص ومثلها علي خط الأعداد

الحل :

$\frac{٢ س}{٢} \geq \frac{١٠}{٢}$

س ≥ ٥

م . ح = { ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٠٠٠٠ }

مثال : أوجد مجموعة الحل للمتباينة : س ∈ ن

− ٣ س + ٤ ≥ ١٣

الحل : − ٣ س ≥ ١٣ − ٤

− ٣ س ≥ ٩

$\frac{- ٣ س}{- ٣} \leq \frac{٩}{- ٣}$

س ≤ − ٣

م . ح = { س: س ∈ ن ، س ≤ − ٣ }

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

مثال : أوجد مجموعة الحل للمتباينة ٢ < ٣ س ـ ١ ٧ ٨ ، س g ن

الحل : باضافة (١) لجميع الاطراف نجد :

٢ + ١ < ٣ س - ١ + ١ ٧ ٨ + ١

٣ < ٣ س ٧ ٩ بالقسمة على ٣

١ < س ٧ ٣

B م . ح = { س : س g ن ، ١ < س ٧ ٣ }

سؤال للتفكير

[١] إذا كانت مجموعة التعويض هي { ـ ١ ، ٢ ، ٤ }
أوجد مجموعة الحل للمتباينة س + ٣ < ٧

[٢] أوجد مجموعة الحل لكل مما يأتي في ن :

(١) س ـ ٢ < ١
(٢) ٣ س ـ ٥ ٧ ٤
(٣) ٥ س + ٢ < ٤ س -١
(٤) ٢ (س + ٣) < ٨
(٥) ٢ س + ٤ < ـ ٢ س
(٦) ـ ٢ س X ٨
(٧) ٢ < ٥ س + ٢ ٧ ٧
(٨) ٣ ٧ س ـ ٥ < ٦

أكمـــــــل ما ياتى:

[أ] إذَا كَانَ س < ص فَإنَّ س + ع ☐ ص + ع

[ب] إذَا كَانَ س < ص فَإنَّ س + ع ☐ ص + ع

[جـ] إذَا كَانَ س < ص ، ص < ع فَإنَّ س < .....

[د] إذَا كَانَ ع < ص ، ص < س فَإنَّ ع < .....

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

العينات :

الْعَيِّنَةُ الْمُنْتَظِمَةُ:

الْعَيِّنَةُ هِيَ جُزْءٌ صَغِيرٌ مِنْ مُجْتَمَعٍ كَبِيرٍ تُشْبِهُ الْمُجْتَمَعَ وَتُمَثِّلُهُ، وَتُخْتَارُ بِطَرِيقَةٍ عَشْوَائِيَّةٍ.
تُسْتَخْدَمُ الْعَيِّنَاتُ لِتَسْهِيلِ جَمْعِ الْبَيَانَاتِ عَنِ الْمُجْتَمَعِ، وَالَّتِي تَكُونُ أَقْرَبَ مِنَ الْوَاقِعِ وَيُمْكِنُ اتِّخَاذُ قَرَارَاتٍ فِي ضَوْئِهَا وَتَعْمِيمُهَا عَلَى الْمُجْتَمَعِ.

كَيْفِيَّةُ اخْتِيَارِ عَيِّنَةٍ مُنْتَظِمَةٍ:

لِكَيْ يَتِمَّ اخْتِيَارُ عَيِّنَةٍ مُنْتَظِمَةٍ مِنْ مُجْتَمَعٍ لَابُدَّ أَنْ يَكُونَ مُوَزَّعًا تَوْزِيعًا عَشْوَائِيًّا، فَلَا يَجُوزُ مَثَلًا اخْتِيَارُ عَيِّنَةٍ مِنْ مَدْرَسَةٍ مِنْ فَصْلِ الْفَائِقِينَ؛ لِأَنَّ الْعَيِّنَةَ الْمُخْتَارَةَ لَا تُمَثِّلُ تَلَامِيذَ الْمَدْرَسَةِ.
وَالشَّكْلُ التَّالِي يُوَضِّحُ اخْتِيَارَ عَيِّنَةٍ ١٠٪ بِاخْتِيَارِ وَاحِدٍ مِنْ كُلِّ عَشَرَةٍ:

العينة العشوائية

العينة العشوائية تعني أن كل فرد من المجتمع الأصلي للدراسة سواء كان أفراد أو أشياء مادية أوغيرها له نفس الفرصة في الاختيار فمعني العشوائية عدم القصدية أو الانتقاء القصدي في الاختيار ويتم الاختيار العشوائي بعدة طرق من أكثرها شيوعا ما يأتي:

الطريقة الأولي: طريقة يدوية:

١- إعطاء كل فرد في المجتمع الأصلي رقم في قصاصه من الورق ثم تطبيقها بحيث لا يظهر الرقم وبحيث تكون جميع الأوراق متماثلة أي لا تمييز من حيث اللون أو المقاس.

٢- تخلط جيدا وتوضع في وعاء أو كيس.

٣- يتم أختيار الورقة الأولى من الأوراق (العينة) دون النظر في الوعاء أو الكيس ويتم الأختيار عشوائي ثم تقلب الأوراق مرة أخرى ويختار الورقة الثانية وهكذا حتى يتم اختيار العدد المطلوب للعينة.

الطريقة الثانية: باستخدام الآلة الحاسبة العلمية:

لإنتاج أرقام العينة بطريقة عشوائية

وذلك عن طريق استخدام المفاتيح التالية علي الترتيب:

= ◄— Ran# ◄— shift

فتظهر أرقام عشرية بين صفر ، ٠,٩٩٩-

نأخذ الأرقام بعد تجاهل العلامة العشرية.

فمثلا إذا أردنا اختيار عينة عشوائية ١٠٪ من إجمالي عدد عمال ٢٦٢ عامل ميكانيكي يعني ذلك أننا نريد اختيار ٢٦ فرد بطريقة عشوائية بالتالي عندما نكتب أرقام المجتمع الأصلي

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

ا لاحتمـــال التجريبي

الاحتمال التجريبي يعتمد على إجراء تجربة عملياً ثم يتم تسجيل النتائج و استخدام هذه النتائج فى حساب قيمة احتمال حدث ما باستخدام القانون :

$$\text{الاحتمال التجريبي لحدث ما} = \frac{\text{عدد عناصر مجموعة هذه النواتج}}{\text{عدد جميع النواتج الممكنة}}$$

و كلما ازداد عدد مرات إجراء التجربة كلما حصلنا على قيمة أدق للاحتمال .

ا لاحتمـــال النظرى

الاحتمال التجريبي و النظرى مرتبطان بعضهما ببعض فكلما زاد عدد التجارب كلما

فضاء العينة : هو مجموعة كل النواتج الممكنة للتجربة العشوائية .

● عِنْدَ إِلْقَاءِ حَجَرِ نَرْدٍ مَرَّةً وَاحِدَةً وَمُلاحَظَةِ الْعَدَدِ الَّذِي يَظْهَرُ عَلَى الْوَجْهِ الْعُلْوِيِّ فَجَمِيعُ النَّوَاتِجِ الْمُمْكِنَةِ هِيَ: ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ فإن:

فَضَاءُ الْعَيِّنَةِ «ف» = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦} وكل ناتج هو عُنْصُرٌ أَوْ مَجْمُوعَةٌ جُزْئِيَّةٌ من ف.

احْتِمَالُ وُقُوعِ أَيِّ حَدَثٍ «أ» ⊂ ف، يَرْمُزُ لَهُ بِالرَّمْزِ ل (أ) ويحسب بالعلاقة:

$$\text{ل (أ)} = \frac{\text{عَدَدُ عَنَاصِرِ الْحَدَثِ (أ)}}{\text{عَدَدُ عَنَاصِرِ فَضَاءِ الْعَيِّنَةِ}}$$

$$\text{ل (أ)} = \frac{\text{ن (أ)}}{\text{ن (ف)}}$$

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

مثال : احتمال ألقاء قطعة نقود مرة واحدة فإن : ف = { صورة ، كتابة }

الحل : احتمال ظهور صورة = $\frac{١}{٢}$ = ٠,٥ ، احتمال ظهور كتابة = $\frac{١}{٢}$ = ٠,٥

مثال : صندوق به ٤ كرات بيضاء ، ٣ كرات زرقاء ، ٥ كرات حمراء كلها متساوية الحجم أوجد احتمال جميع النواتج الممكنة من سحب كرة واحدة عشوا ئياً من ا لصندوق .

ا لحل : عدد الكرات في ا لصندوق = ٤ + ٣ + ٥ = ١٢ كرة

احتمال أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء = $\frac{\text{عدد ا لكرات ا لبيضاء}}{\text{عدد جميع ا لكرات}}$

= $\frac{٤}{١٢}$ = $\frac{١}{٣}$

احتمال أن تكون الكرة المسحوبة زرقاء = $\frac{٣}{١٢}$ = $\frac{١}{٤}$

احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء = $\frac{٥}{١٢}$

ملحوظة (١) :

مجموع احتمالات كل النواتج الممكنة = $\frac{٤}{١٢}$ + $\frac{٣}{١٢}$ + $\frac{٥}{١٢}$ = $\frac{١٢}{١٢}$ = ١

مثال : عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة و ملاحظة العدد الظاهر علي الوجه العلوي للحجر أوجد :

١-احتمال كل ناتج من النواتج الممكنة لهذه التجربة .

٢-احتمال أن الوجه الظاهر يحمل عدد زوجي .

٣-احتمال أن الوجه الظاهر يحمل عدد أصغر من ٣ .

٤-احتمال أن الوجه الظاهر يحمل عدد أكبر من ٦ .

٥-احتمال أن الوجه الظاهر يحمل عدد أقل من ٧ .

الحل :

١-أوجه حجر النرد تحمل الأرقام ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ :

∴ توجد ٦ نواتج متساوية الاحتمال

∴ احتمال (١) = احتمال (٢) = احتمال (٣) = ٠٠٠٠ = $\frac{١}{٦}$

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

٢-الأعداد الزوجية الممكن ظهورها هي ٢ ، ٤ ، ٦

∴ احتمال ا لحصول علي ٢ أ، ٤ أ، ٦ = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

٣-ا لنواتج الأصغر من ٣ هي ١ أ، ٢

∴ احتمال ا لحصول علي عدد أصغر من ٣ = $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

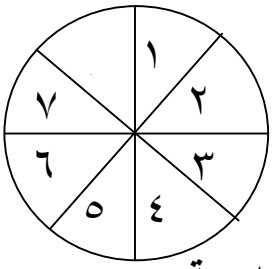
٤ -*الأعداد الأكبر من ٦ ليست من نواتج ا لتجربة فهي* نواتج مستحيلة ا لحدوث .

∴ احتمال ا لحصول علي عدد أكبر من ٦ = $\frac{صفر}{٦}$ = صفر

٥-الأعداد الأقل من ٧ هي جميع ا لنواتج (وعددها ٦ نواتج)

∴احتمال ا لحصول علي عدد أقل من ٧ = $\frac{٦}{٦}$ = ١

ملحوظة (٢) : نلاحظ أن احتمال أن مجموعة نواتج أي تجربة ينتمي إلي [٠ ، ١]



لعبة الدوارة :

هي عبارة عن قرص دائري مقسم إلي قطاعات دائرية متطابقة مرقمة من ١ إلي ٨ (أو أي عدد آخر) و مثبت مؤشر في مركز القرص يمكن تدويره وتركه ليتوقف في أحد هذه القطاعات الدائرية (وفي حالة توقف ا لمؤشر علي أحد خطوط ا لتقسيم ، تعاد ا لتجربة مرة أخري)

مثال : سحبت بطاقة عشوائياً من مجموعة بطاقات مرقمة بالأرقام من ١ الي ٢٠

أوجد : (١) احتمال أن البطاقة المسحوبة عليها عدد أولي .

(٢) احتمال أن البطاقة المسحوبة عليها عدد يقبل القسمة علي ٥

(٣) احتمال أن البطاقة المسحوبة عليهاعدد لا يقبل القسمة علي ٣

ا لحل :

(١) الأعداد الأولية هي : ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣ ، ١٧ ، ١٩ و عددها ٨

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

∴ احتمال البطاقة المسحوبة عليها عدد أولي = $\frac{٨}{٢٠}$ = $\frac{٢}{٥}$

(٢) الأعداد التي تقبل ا لقسمة علي ٥ هي : ٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠
وعددها ٤

∴ احتمال البطاقة المسحوبة عليها عدد يقبل القسمة علي = $\frac{٤}{٢٠}$ = $\frac{١}{٥}$

(٣) الأعداد ا لتي تقبل ا لقسمة علي ٣ هي : ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٨
و عددها ٦

∴ الأعداد ا لتي تقبل ا لقسمة علي ٣ عددها ٢٠ ـ ٦ = ١٤

∴ احتمال ا لبطاقة ا لمسحوبة عليها عدد لا يقبل ا لقسمة علي ٣

= $\frac{١٤}{٢٠}$ = $\frac{٧}{١٠}$

مثال : ٤ بطاقات مرقمة بالأرقام ٣، ٥ ، ٨ ، ٩ خلطت جيداً و سحبت منها بطاقتان عشوائياً و دون مجموع ا لعددين ا لمكتوبين عليهما ما ا لنواتج ا لممكنة لهذا التجربة ؟ وما احتمال أن يكون المجموع عدداً فردياً؟

ا لحل : أزواج البطاقات الممكنة عند السحب هي :

{ ٣، ٥ } ، { ٣ ، ٨ } ، { ٣ ، ٩ } ، { ٥ ، ٨ } ، { ٥ ، ٩ } ، { ٨ ، ٩ }

فإن النواتج الممكنة للتجربة هي :

٨ ، ١١ ، ١٢ ، ١٣ ، ١٤ ، ١٧ و عددها ٦

و النواتج التي تكون عدداً فردياً هي :

١١ ، ١٢ ، ١٧ وعددها ٣

احتمال أن يكون المجموع عدداً فردياً = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

ملحوظة (٣) : احتمال حدوث الحدث = ١ ـ احتمال عدم حدوث الحدث

مثلا : احتمال أن تكون البرتقالة المسحوبة غير تالفة

= ١ ـ احتمال أن تكون البرتقالة تالفة

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

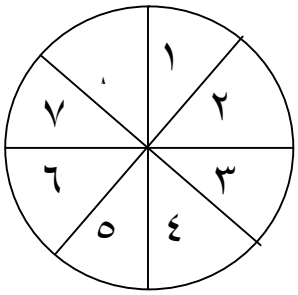
مثال : دلت البحوث الطبية علي أن احتمال الإصابة بالبلهارسيا في أحد القري ٢ % فإذا كان بالمدرسة الإعدادية ٨٠٠ تلميذ . فما العدد المتوقع للتلاميذ المصابين بالبلهارسيا في هذه القرية .

الحل :

عدد التلاميذ المصابة = عدد التلاميذ كلهم × احتمال الإصابة

$$= \frac{٢}{١٠٠} \times ٨٠٠ = ١٦ \text{ تلميذ}$$

مثال : في لعبة الدوارة أوجد ما يأتي :



(١) احتمال توقف المؤشر عند عدد فردي

(٢) احتمال توقف المؤشر عند عدد أولي

(٣) احتمال عدم توقف المؤشر عند العدد ٢٤

ا لحل :

(١) النواتج ا لتي تعطي عدداً فردياً هو ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ وعددها ٤

∴ احتمال أن يتوقف المؤشر عند عدد فردى $= \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

(٢) النواتج التي تعطي عدداً أولي هي ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ وعددها ٤

∴ احتمال أن يتوقف المؤشر عند عدد أولي $= \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

(٣) لا يوجد أي عدد من نواتج اللعبة هو ٢٤ أي فرصة الحصول علي العدد ٢٤ معدومة أي مستحيلة الحدوث .

∴ احتمال توقف المؤشر عند العدد ٢٤ $= \frac{\text{صفر}}{٨} = \text{صفر}$

∴ احتمال عدم توقف المؤشر عند ا لعدد ٢٤

= ١ ـ احتمال توقف المؤشر عند العدد ٢٤

= ١ ـ صفر = ١

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

سؤال للتفكير **[١] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

(١) ألقيت قطعة نقود علي سطح منضدة ، فإن احتمال ظهور الصورة = ٠٠٠

(١ ، $\frac{١}{٢}$ ، صفر ، $\frac{١}{٤}$)

(٢) ألقي حجر نرد منتظم ولوحظ العدد علي الوجه العلوي له ، فإن احتمال أن يظهر العدد ٦ علي الوجه العلوي يساوي ٠٠٠٠

(١ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٦}$)

(٣) كيس يحتوي علي ٤ كرات حمراء ، ٣ كرات زرقاء ، و كرة واحدة بيضاء

فإذا سحبت من الكيس كرة عشوائياً فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء يساوي ٠٠٠٠

($\frac{٤}{٧}$ ، $\frac{١}{٧}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٨}$)

(٤) كيس يحتوي علي ٣ كرات بيضاء ، كرتين سوداوين ، كرة واحدة حمراء

فإذا سحبت كرة عشوائياً من الكيس فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست سوداء يساوي ٠٠٠٠

($\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{٢}{٣}$)

(٥) صندوق به لمبات كهربائية سحبت من إحدى ا للمبات عشوائياً فإذا كان احتمال أن تكون ا للمبة المسحوبة تالفة هو $\frac{١}{١٦}$ فإن احتمال أن تكون سليمة يساوي ٠٠٠٠

(صفر ، $\frac{١٥}{١٦}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، ١)

(٦) احتمال الحدث المستحيل = ٠٠٠٠ (صفر ، ١ ، Ø ، غير ذلك)

(٧) الاحتمال المؤكد = ٠٠٠٠٠٠ (صفر ، ١ ، Ø ، غير ذلك)

(٨) إذا كان إحتمال نجاح طالب فى امتحان هو ٠.٨٣ فإن احتمال رسوبة ٠٠٠٠

(٠.١٧ ، ٠.٢٥ ، ١٠٠ % ، ١)

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

[٢] أربع بطاقات عليها الأرقام ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ فإذا خلطت هذه البطاقات و سحبت منها بطاقتين عشوائياً و سجل مجموع العددين المكتوبين عليها
١- ما النواتج الممكنة لهذه التجربة .
٢- ما احتمال أن يكون المجموع عدداً فردياً

---

[٣] سحبت كرة عشوائياً من كيس يحتوي علي خمسة عشر كرة مرقمة من ١ إ لي ١٥ . أوجد احتمال أن يكون العدد المكتوب علي الكرة المسحوبة
(أ) يقبل القسمة علي ٣ (ب) يقبل القسمة علي ٥

---

[٤] من مجموعة الأرقام { ١ ، ٢ ، ٣ } كونت الأعداد المكونة من رقمين اكتب الفضاء ف وعند اختيار أحد الاعداد عشوائيا – أوجد احتمال وقوع الحدث " العدد زوجى "

---

[٥] فصل دراسى به ٣٦ ولدا ، ٩ بنات فإذا تغيب منهم واحد فأوجد :
أولا : احتمال أن يكون المتغيب ولدا .
ثانيا : احتمال أن يكون المتغيب بنتا .

---

[٦] عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر علي الوجه العلوي للحجر أوجد :
١- احتمال كل ناتج من النواتج الممكنة لهذه التجربة .
٢- احتمال أن الوجه الظاهر يحمل عدد زوجي .
٣- احتمال أن الوجه الظاهر يحمل عدد أصغر من ٤
٤- احتمال أن الوجه الظاهر يحمل العدد ٦
٥- احتمال أن الوجه الظاهر يحمل عدد أقل من ٧

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com