الهندسة

للصف الثالث الإعدادى

البعد بين نقطتين

إذا كانت أ = (س١ ، ص١) ، ب = (س٢ ، ص٢) فإن البعد بين النقطتين أ ، ب يتعين من العلاقة

أ ب = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$ = $\sqrt{\text{مربع فرق السينات + مربع فرق الصادات}}$

****

مثال **إذا كانت أ = (١ ، ٢) ، ب = (٤ ، ٦) أوجد البعد بين أ ، ب**

الحـــــــــل

أ ب = $\sqrt{(٤ - ١)^٢ + (٦ - ٢)^٢}$ = $\sqrt{(٣)^٢ + (٤)^٢}$ = $\sqrt{٩ + ١٦}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ وحدات

****

مثال **إذا كانت أ = (-١ ، ٢) ، ب = (٤ ، ٦) أوجد البعد بين أ ، ب**

الحـــــــــل

أ ب = $\sqrt{(٤ + ١)^٢ + (٦ - ٢)^٢}$ = $\sqrt{(٥)^٢ + (٤)^٢}$ = $\sqrt{٢٥ + ١٦}$ = $\sqrt{٤١}$ وحدات

****

مثال **إذا كانت أ = (-٢ ، ٢) ، ب = (٤ ، -٦) أوجد البعد بين أ ، ب**

الحـــــــــل

أ ب = $\sqrt{(٤ + ٢)^٢ + (٦ + ٢)^٢}$ = $\sqrt{(٦)^٢ + (٨)^٢}$ = $\sqrt{٣٦ + ٦٤}$ = $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠ وحدات

****

مثال **إذا كانت أ = (-١ ، ٠) ، ب = (-٤ ، ٦) أوجد البعد بين أ ، ب**

الحـــــــــل

أ ب = $\sqrt{(-٤ + ١)^٢ + (٦ - ٠)^٢}$ = $\sqrt{(-٣)^٢ + (٦)^٢}$ = $\sqrt{٩ + ٣٦}$ = $\sqrt{٤٥}$ = $٣\sqrt{٥}$ وحدات

****

مثال **إذا كانت أ = (١ ، ٢) ، ب = (٤ ، ٦) أوجد البعد بين أ ، ب**

الحـــــــــل

أ ب = $\sqrt{(٤ - ١)^٢ + (٦ - ٢)^٢}$ = $\sqrt{(٣)^٢ + (٤)^٢}$ = $\sqrt{٩ + ١٦}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ وحدات

مثال إذا كان أ = (١ ، ٢) ، ب = (س ، ٦) وكان طول أ ب = ٥ وحدات أوجد قيمة س

الحـــــــــل

أ ب = ٥

$\sqrt{(س - ١)^{٢} + (٦ - ٢)^{٢}} = ٥$ بالتربيع

$(س - ١)^{٢} + (٤)^{٢} = ٢٥$

$س^{٢} - ٢س + ١ + ١٦ - ٢٥ = ٠$

$س^{٢} - ٢ س - ٨ = ٠$

$(س - ٤)(س + ٢) = ٠$

س = ٤ س = -٢

****

مثال إذا كان أ = (١ ، ٢) ، ب = (س ، س) وكان طول أ ب = ٥ وحدات أوجد قيمة س

الحـــــــــل

أ ب = ٥

$\sqrt{(س - ١)^{٢} + (س - ٢)^{٢}} = ٥$ بالتربيع

$(س - ١)^{٢} + (س - ٢)^{٢} = ٢٥$

$س^{٢} - ٢س + ١ + س^{٢} - ٤س + ٤ - ٢٥ = ٠$

$٢ س^{٢} - ٦ س - ٢٠ = ٠$ ÷٢

$س^{٢} - ٣ س - ١٠ = ٠$

$(س - ٥)(س + ٢) = ٠$

س = ٥ س = -٢

****

مثال إذا كان أ = (-١ ، ٢) ، ب = (س ، ٦) وكان طول أ ب = $\sqrt{٤١}$ وحدات أوجد قيمة س

الحـــــــــل

أ ب = $\sqrt{٤١}$

$\sqrt{(س + ١)^{٢} + (٦ - ٢)^{٢}} = \sqrt{٤١}$ بالتربيع

$(س + ١)^{٢} + (٤)^{٢} = ٤١$

$س^{٢} + ٢س + ١ + ١٦ - ٤١ = ٠$

$س^{٢} + ٢ س - ٢٤ = ٠$

$(س - ٤)(س + ٦) = ٠$

س = ٤ س = -٦

ملاحظة

لاثبات أن أ ، ب ، جـ تقع على أستقامة واحدة نوجد أ ب ، ب جـ ، أ جـ نجد أن مجموع أصغر بعدين = البعد الاكبر

مثال **إثبت أن النقط أ=(١ ، ٢) ، ب = (٢ ، ٤) ، جـ = (٤ ، ٨) تقع على أستقامة واحدة**

الحـــــــــل

أ ب = $\sqrt{(٢-١)^{٢}+(٤-٢)^{٢}} = \sqrt{(١)^{٢}+(٢)^{٢}} = \sqrt{١+٤} = \sqrt{٥}$

أ جـ = $\sqrt{(٤-١)^{٢}+(٨-٢)^{٢}} = \sqrt{(٣)^{٢}+(٦)^{٢}} = \sqrt{٩+٣٦} = \sqrt{٤٥} = \sqrt{٩\times٥} = ٣\sqrt{٥}$

ب جـ = $\sqrt{(٤-٢)^{٢}+(٨-٤)^{٢}} = \sqrt{(٢)^{٢}+(٤)^{٢}} = \sqrt{٤+١٦} = \sqrt{٢٠} = \sqrt{٤\times٥} = ٢\sqrt{٥}$

أ ب + ب جـ = أ جـ ∴ أ ، ب ، جـ تقع على أستقامة واحدة

****

ملاحظة

لاثبات أن أ ، ب ، جـ تقع على محيط دائرة مركزها م نثبت أن م أ = م ب = م جـ = نق

لاحظ كذلك أن محيط الدائرة = ٢ ط نق ،،،، مساحة الدائرة = ط نق^{٢}

****

مثال **إثبت أن النقط أ (-١ ، ١) ، ب (٠ ، ٤) ، جـ(٣ ، ١) تقع على محيط دائرة واحدة مركزها م (١ ، ٢) وأوجد طول نصف قطرها ومحيطها ومساحتها ٠**

الحـــــــــل

م أ = $\sqrt{(١+١)^{٢}+(٢-١)^{٢}} = \sqrt{٤+١} = \sqrt{٥}$

م ب = $\sqrt{(١-٠)^{٢}+(٤-٢)^{٢}} = \sqrt{١+٤} = \sqrt{٥}$

م جـ = $\sqrt{(٣-١)^{٢}+(٢-١)^{٢}} = \sqrt{٤+١} = \sqrt{٥}$

م أ = م ب = م جـ أ ، ب ، جـ تقع على محيط دائرة واحدة ويكون نق = $\sqrt{٥}$

محيط الدائرة = ٢ ط نق = ٢ × ط × $\sqrt{٥}$ **= ١٤سم^{٢}**

مساحة الدائرة = ط نق^{٢} = ط ($\sqrt{٥}$)^{٢} = ط × ٥ = ١٥.٧سم^{٢}

ملاحظة لمعرفة نوع المثلث بالنسبة لاضلاعه نوجد أضلاعه الثلاثة فإذا كان

(١) أ ب = ب جـ = أ جـ يكون المثلث متساوى الاضلاع
(٢) ب = ب جـ ≠ أ جـ يكون المثلث متساوى الساقين
(٣) أ ب ≠ ب جـ ≠ أ جـ يكون المثلث مختلف الاضلاع

****

مثال بين نوع المثلث أ ب جـ إلذى فيه أ = (٣ ، ٥)، ب = (٥ ، ١) ، جـ = (١ ، ١) متساوى الاضلاع أم متساوى الساقين

الحـــــل

أ ب = $\sqrt{(٣ - ٥)^{٢} + (٥ - ١)^{٢}}$ = $\sqrt{٤ + ١٦}$ = $\sqrt{٢٠}$

ب جـ = $\sqrt{(٥ - ١)^{٢} + (١ - ١)^{٢}}$ = $\sqrt{١٦ + ٠}$ = $\sqrt{١٦}$ = ٤

أ جـ = $\sqrt{(٣ - ١)^{٢} + (٥ - ١)^{٢}}$ = $\sqrt{٤ + ١٦}$ = $\sqrt{٢٠}$

****

ملاحظة لمعرفة نوع المثلث بالنسبة لزواياه نوجد أضلاعه الثلاثة أ ب ، ب جـ ، أ جـ فاذا كان

(١) مربع الاكبر = مجموع مربعى الضلعين الاخرين [يكون المثلث قائم الزاوية]
(٢) مربع الاكبر > مجموع مربعى الضلعين الاخرين [يكون المثلث منفرج الزاوية]
(٣) مربع الاكبر < مجموع مربعى الضلعين الاخرين [يكون المثلث حاد الزوايا]

****

مثال إثبت أن المثلث أ ب جـ الذى فيه أ = (٤ ، ٥) ، ب = (٣، ٢)، جـ = (-٣ ، ٤) قائم الزاوية واوجد مساحته

الحـــــل

أ ب = $\sqrt{(٤ - ٣)^{٢} + (٥ - ٢)^{٢}}$ = $\sqrt{١ + ٩}$ = $\sqrt{١٠}$ ⇐ (أ ب)^{٢} = ١٠

ب جـ = $\sqrt{(٣+٣)^{٢} + (٤ - ٢)^{٢}}$ = $\sqrt{٣٦ + ٤}$ = $\sqrt{٤٠}$ ⇐ (ب جـ)^{٢} = ٤٠

أ جـ = $\sqrt{(٤+٣)^{٢} + (٥-٤)^{٢}}$ = $\sqrt{٤٩+١}$ = $\sqrt{٥٠}$ ⇐ (أجـ)^{٢} = ٥٠

(أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} المثلث أ ب جـ قائم الزاوية

مساحته = $\frac{١}{٢}$ القاعدة × الارتفاع = $\frac{١}{٢}$ $\sqrt{١٠}$ × $\sqrt{٤٠}$ = ١٠سم^{٢}

مثال إثبت أن المثلث أ ب جـ الذى فى أ = (٥ ، ٤) ، ب = (٣، ٢)، جـ = (١ ، ٣) منفرج الزاوية

الحـــــل

أ ب = $\sqrt{(٥-٣)^{٢} + (٤-٢)^{٢}}$ = $\sqrt{٤+٤}$ = $\sqrt{٨}$ ⇐ (أ ب)^{٢} = ٨

ب جـ = $\sqrt{(٣-١)^{٢} + (٢-٣)^{٢}}$ = $\sqrt{٤+١}$ = $\sqrt{٥}$ ⇐ (ب جـ)^{٢}=٥

أ جـ = $\sqrt{(٥-١)^{٢} + (٤-٣)^{٢}}$ = $\sqrt{١٦+١}$ = $\sqrt{١٧}$ ⇐ (أجـ)^{٢} = ١٧

(أ جـ)^{٢} > (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} ∴ المثلث أ ب جـ منفرج الزاوية

****

مثال إثبت أن المثلث أ ب جـ الذى فيه أ = (٤ ، ٥) ، ب = (٦، ٢)، جـ = (٣ ، ٣) حاد الزاوية

الحـــــل

أ ب = $\sqrt{(٤-٦)^{٢} + (٥-٢)^{٢}}$ = $\sqrt{٤+٩}$ = $\sqrt{١٣}$ ⇐ (أ ب)^{٢} = ١٣

ب جـ = $\sqrt{(٣-٦)^{٢} + (٢-٣)^{٢}}$ = $\sqrt{٩+١}$ = $\sqrt{١٠}$ ⇐ (ب جـ)^{٢}=١٠

أ جـ = $\sqrt{(٤-٣)^{٢} + (٥-٣)^{٢}}$ = $\sqrt{١+٤}$ = $\sqrt{٥}$ ⇐ (أجـ)^{٢} = ٥

(أ ب)^{٢} < (أ جـ)^{٢} + (ب جـ)^{٢} ∴ المثلث أ ب جـ حاد الزاوية

****

ملاحظة لاثبات أن الشكل الرباعى أ ب جـ ء

(١) مستطيل نثبت أن أ ب = جـ ء ، ب جـ = أ ء ، أ جـ = ب ء

(٢) مربع نثبت أن أ ب = ب جـ = جـ ء = ء أ ، أ جـ = ب ء

(٣) معين نثبت أن أ ب = ب جـ = جـ ء = ء أ ، أ جـ ≠ ب ء

(٤) متوازى أضلاع نثبت أن أ ب = جـ ء ،، ب جـ = أ ء

(٥) شبه منحرف نثبت أن

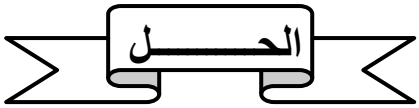
(أ) أ ب يوازى جـ ء ، ب جـ لايوازى أ ء

(ب) ب جـ يوازى أ ء ، أ ب لايوازى جـ ء

وذلك باستخدام الميل فإذا كان

ميل أ ب = ميل جـ ء فان أ ب // جـ ء

مثال **إثبت أن النقط أ(١ ، ٤) ، ب(٤ ، ٩) ، جـ(-١ ، ١٢) ، ء = (-٤ ، ٧)**
هى رؤوس مربع وأوجد مساحته



$أ ب = \sqrt{(١ - ٤)^{٢} + (٩ - ٤)^{٢}} = \sqrt{٩ + ٢٥} = \sqrt{٣٤}$

$ب جـ = \sqrt{(٤ + ١)^{٢} + (١٢ - ٩)^{٢}} = \sqrt{٢٥ + ٩} = \sqrt{٣٤}$

$جـ ء = \sqrt{(-١ + ٤)^{٢} + (١٢ - ٧)^{٢}} = \sqrt{٩ + ٢٥} = \sqrt{٣٤}$

$ء أ = \sqrt{(١ + ٤)^{٢} + (٤ - ٧)^{٢}} = \sqrt{٢٥ + ٩} = \sqrt{٣٤}$

القطران

$أ جـ = \sqrt{(١ + ١)^{٢} + (١٢ - ٤)^{٢}} = \sqrt{٦٤ + ٤} = \sqrt{٦٨}$

$ب ء = \sqrt{(٤ + ٤)^{٢} + (٩ - ٧)^{٢}} = \sqrt{٦٤ + ٤} = \sqrt{٦٨}$

بما أن أ ب = ب جـ = جـ ء = ء أ ،، أ جـ = ب ء ∴ الشكل أ ب جـ ء مربع

مساحته = مربع طول ضلعه = $(\sqrt{٣٤})^{٢} = ٣٤$

****

مثال **إذا كانت النقطة أ = (س ، ١) على بعدين متساويين من النقطتين ب=(٤ ، ٢)،**
جـ = (٣ ، ٣) أحسب قيمة س

أ ب = أ جـ

$\sqrt{(س - ٤)^{٢} + (٢ - ١)^{٢}} = \sqrt{(س - ٣)^{٢} + (٣ - ١)^{٢}}$ **بالتربيع**

$(س - ٤)^{٢} + (٢ - ١)^{٢} = (س - ٣)^{٢} + (٣ - ١)^{٢}$

$س^{٢} - ٨ س + ١٦ + ١ = س^{٢} - ٦س + ٩ + ٤$

$$-٨س + ١٧ = -٦س + ١٣$$

$$١٧ - ١٣ = -٦س + ٨س$$

$$٤ = ٢س$$

$$س = ٢$$

تمارين (٥)

[١] أوجد البعد بين كل زوج من النقاط الاتية

(أ) أ= (-٤ ، ١) ، ب = (٤ ، ٧) (ب) أ = (-١ ، ٢) ، ب = (٣ ، ٥)

(جـ) أ = (١ ، -٣) ، ب = (٥ ، ٣) (ء) أ = (٠ ، -٢) ، ب = (٣ ، ٤)

[٢] إذا كان أ = (س ، -١) ، ب = (٢ ، ٣) وكان طول أ ب = ٥ أوجد قيمة س

[٣] إذا كانت أ = (س ، ٢) ، ب = (-٣ ، ٨) وكان طول أ ب = ١٠ وحدات طولية أوجد قيمة س

[٤] إذا كانت أ = (١ ، ٢) ، ب = (٣ ، ص) وكان طول أ ب = $\sqrt{١٣}$ أوجد قيمة ص

[٥] إثبت أن النقط أ = (-٢ ، -٢) ، ب = (٠ ، ٢) ، جـ = (١ ، ٤) تقع على أستقامة واحدة

[٦] إثبت أن النقط أ = (-١ ، ١) ، ب = (١ ، ٣) ، جـ = (٤ ، ٦) تقع على أستقامة واحدة

[٧] إثبت أن المثلث الذى رؤوسه النقط أ = (٧ ، -١) ، ب = (١ ، -٣) ، جـ = (٣ ، ٣) متساوى الساقين

[٨] إثبت أن المثلث الذى رؤوسه النقط أ= (٢ ، ٣) ، ب = (١ ، ٤) ، جـ = (-١ ، ٢) مثلث قائم الزاوية وأوجد مساحته (بأستخدام قانون البعد)

[٩] إثبت أن المثلث الذى رؤوسه النقط أ = (-٤ ، -١) ، ب = (٠ ، -٥) ، جـ = (١ ، ٤) مثلث قائم الزاوية وأوجد مساحته

[١٠] إذا كانت أ = (١ ، ٢) ، ب = (-٣ ، ٥) ، جـ = (-٢ ، ٧) ، ء = (٢ ، ٤) إثبت أن الشكل أ ب جـ ء متوازى أضلاع

[١١] إثبت أن النقط أ=(٥ ، ٩) ، ب = (-٢ ، ٢) ، جـ= (١ ، ٦) ، ء = (٢ ، ٥) هى رؤوس معين وأوجد مساحته

[١٢] إثبت أن الشكل الذى رؤوسه النقط أ=(٣ ، ٢) ، ب = (-٣ ، ٢) ، جـ = (٠ ، -١) ، ء=(٠ ، ٥) يكون مربع وأوجد مساحته

[١٣] إذا كان أ= (١ ، -٤) ، ب=(١٠ ، -٤) ، جـ = (٩ ، ٢) ، ء = (٢ ، ٢) إثبت أن الشكل أ ب جـ ء شبه منحرف متساوى الساقين

[١٤]إثبت أن الشكل أ ب جـ ء الذى رؤوسه النقط أ=(-٣ ، -٢) ، ب = (٥ ، ٢) ، جـ = (٣ ، ٦) ء = (-١ ، ٤) هى رؤوس شبه منحرف

[١٥] إذا كانت النقطة أ = (-١ ، ص) على بعدين متساويين من النقطتين ب=(٢ ،٣) ، جـ=(-٢ ،١) أوجد قيمة ص

[١٦]إذا كانت النقطة أ = (س ، ٠) على بعدين متساويين من النقطتين ب = (٢ ، ٣) ، جـ = (٠ ، ٣) أوجد قيمة س

[١٧] إذا كانت أ = (-١ ، ٣) ب = (ك ، - ك) وكان أ ب = ١٠ وحدات طولية أوجد قيمة ك

[١٨] إبحث نوع المثلث أ ب جـ من حيث زواياه حيث أ = (٢ ، ١) ، ب = (٥ ، ١) ، جـ = (٥ ، ٥)

[١٩] إثبت أن المثلث أ ب جـ الذى رؤسه النقط أ = (٥ ، ٤) ، ب = (١ ، ٢) ، جـ = (-١ ، ٠) منفرج الزاوية

[٢٠] إثبت أن المثلث أ ب جـ الذى رؤوسه النقط أ = (٣ ، ٤) ، ب = (٤ ، ١) ، جـ = (١ ، ١) حاد الزوايا

[٢١] إثبت أن النقط أ = (٠ ، ٥) ، ب = (٢ ، ٣) ، جـ=(-٢ ، -١) تقع على محيط دائرة واحدة مركزها م حيث م= (-١ ، ٢) وأوجد محيطها ومساحتها

[٢٢] إثبت أن النقط أ = (١ ، ٥) ، ب = (-٥ ، ٥) ، جـ = (٢ ، ٤) تقع على محيط دائرة واحدة مركزها م = (-٢ ، ١) وأوجد محيطها ومساحته

[٢٣] إذا كانت النقطة أ = (٢ ، ٣) تقع على محيط الدائرة التى مركزها م = (-١ ، -٢) أوجد طول نصف قطر هذه الدائرة

[٢٤] أ ب جـ مثلث فيه أ(٢ ، -٢) ، ب (٨ ، ٤) ، جـ (٥ ، ٧)

١- إثبت أن ◺ أ ب جـ قائم الزاوية فى ب

٢- أوجد مركز الدائرة المارة برؤوس ◺ أ ب جـ

[٢٥] إثبت أن النقط أ=(-٢ ، ٤) ، ب=(٣ ، -١) ، جـ = (٤ ، ٥) هى رؤوس مثلث متساوى الساقين وأوجد مساحته

[٢٦] إذا كانت النقط أ(٥ ، ٠) ، ب = (٧ ، ٢ ٣) ، جـ (٣ ، ٢√٣) إثبت أن △ أ ب جـ مثلث متساوى الاضلاع وأوجد مساحته

أحداثيات نقطة التنصيف

إذا كانت أحداثيات أ = (س١ ، ص١) ،، ب = (س٢ ، ص٢) فإن

أحداثيات منتصف أ ب = ($\frac{س_1+س_2}{2}$ ، $\frac{ص_1+ص_2}{2}$)

****

مثال إذا كانت أ = (١ ، ٢) ، ب = (٣ ، ٦) أوجد منتصف أ ب

الحـــــــــل

منتصف أ ب = ($\frac{1+3}{2}$ ، $\frac{2+6}{2}$) = ($\frac{4}{2}$ ، $\frac{8}{2}$) = (٢ ، ٤)

****

مثال إذا كانت أ = (١ ، -٥) ، ب = (٣ ، ٣) أوجد منتصف أ ب

الحـــــــــل

منتصف أ ب = ($\frac{1+3}{2}$ ، $\frac{-5+3}{2}$) = ($\frac{4}{2}$ ، $\frac{-2}{2}$) = (٢ ، -١)

****

مثال إذا كانت أ = (٢ ، ٤) ، جـ = (١ ، ٣) وكانت جـ منتصف أ ب أوجد أحداثيات ب

الحـــــــــل

نفرض أن ب = (س ، ص)

(١ ، ٣) = ($\frac{2+س}{2}$ ، $\frac{4+ص}{2}$)

١ = $\frac{2+س}{2}$ ٣ = $\frac{4+ص}{2}$

٢ + س = ٢ ٤ + ص = ٦

س = ٢ ـ ٢ = ٠ ص = ٦ ـ ٤ = ٢

أحداثيات ب = (٠ ، ٢)

****

مثال إذا كانت أ = (س ، ١) ، ب = (-٣ ، ص) وكانت جـ = (١ ، ٢) هى منتصف أ ب

الحـــــــــل ١٠

أوجد قيمتى س ، ص

$(١ ، ٢) = (\frac{س - ٣}{٢} ، \frac{١ + ص}{٢})$

$١ = \frac{س - ٣}{٢}$ ‖ $٢ = \frac{١ + ص}{٢}$

س – ٣ = ٢ ‖ ١+ ص = ٤

س = ٢+٣ = ٥ ‖ ص = ٤ – ١ = ٣

مثال إذا كانت أ = (٢ ، ١) ، ب = (٥ ، -١) ، جـ(٦ ، ٥) ، ء = (٣ ، ٧) إثبت أن الشكل أ ب جـ ء متوازى أضلاع

الحـــــــــل

منتصف أ جـ = $(\frac{٢+٦}{٢} ، \frac{١+٥}{٢}) = (٤ ، ٣)$

منتصف ب ء = $(\frac{٥+٣}{٢} ، \frac{-١+٧}{٢}) = (٤ ، ٣)$

منتصف أ جـ = منتصف ب ء

∴ أ جـ ، ب ء ينصف كلا منهما الاخر

∴ الشكل أ ب جـ ء متوازى أضلاع

****

مثال إذا كانت أ = (٣ ، -١) ، ب = (-٥ ، ٢) ، جـ=(-٢ ، ٤) ، رؤوس متوازى الاضلاع أ ب جـ ء أوجد أحداثيات الراس ء

الحـــــــــل

نفرض أن ء = (س ، ص)

أ ب جـ ء متوازى أضلاع ، قطرا متوازى الاضلاع ينصف كلا منهما الاخر

منتصف أ جـ = منتصف ب ء

$(\frac{٣+(-٢)}{٢} ، \frac{-١+٤}{٢}) = (\frac{-٥+س}{٢} ، \frac{٢+ص}{٢})$

$(\frac{١}{٢} ، \frac{٣}{٢}) = (\frac{-٥+س}{٢} ، \frac{٢+ص}{٢})$

$\frac{١}{٢} = \frac{-٥+س}{٢}$ ‖ $\frac{١}{٢} = \frac{٢+ص}{٢}$

-٥+س= ١ ‖ ٢+ص= ١

س=١+٥=٦ ‖ ص=١-٢=-١

أحداثيات ء = (٦ ، -١)

****

مثال إذا كانت أ=(-٣ ، ١) ، ب = (٥ ، ٥) أوجد أحداثيات النقط التى تقسم أ ب إلى أربعة أجزاء متساوية

الحـــــــــل

أ — جـ — ء — هـ — ب

ء منتصف أ ب = $(\frac{-٣+٥}{٢} ، \frac{١+٥}{٢}) = (\frac{٢}{٢} ، \frac{٦}{٢}) = (١ ، ٣)$

$\frac{-٣+١}{٢}$ $\frac{١+٣}{٢}$ $\frac{-٢}{٢}$ $\frac{٤}{٢}$ ١

جـ منتصف أ ء = (،) = (،) = (-١ ، ٢)

هـ منتصف ء ب = ($\frac{-١+٥}{٢}$ ، $\frac{٣+٥}{٢}$) = ($\frac{٤}{٢}$ ، $\frac{٨}{٢}$) = (٢ ، ٤)

****

مثال أوجد مركز الدائرة التى أ ب قطر فيها أ = (١ ، ٢) ، ب = (-٥ ، ٤)

الحـــــــل

مركز الدائرة = ($\frac{١+(-٥)}{٢}$ ، $\frac{٢+٤}{٢}$) = ($\frac{-٤}{٢}$ ، $\frac{٦}{٢}$) = (-٢ ، ٣)

تمارين (٤)

(١) أوجد أحداثيات نقطة التنصيف فى كلا مما يأتى

[أ] أ = (١ ، ٠) ، ب = (٣ ، ٦) [ب] أ = (-٣ ، ٥) ، ب = (١ ، ٣)

[جـ] أ= (-٤ ، ٣) ، ب = (-٢ ، ٧) [ء] أ = (٢ ، ١) ، ب = (٥ ، -٧)

(٢) إذا كانت أ= (-١ ، ٤) ، جـ = (٢ ، ٣) وكانت جـ منتصف أ ب أوجد أحداثيات ب

(٣) إذا كانت ب = (٢ ، -٥) ، جـ = (١ ، ٤) وكانت جـ منتصف أ ب أوجد أحداثيات أ

(٤) إذا كانت أ = (س ، ٣) ، ب = (-١ ، ص) ، جـ = (١ ، ٥) وكانت جـ منتصف أ ب أوجد قيمتى س ، ص

(٥) أوجد أحداثيات النقط التى تقسم أ ب من الداخل إلى أربعة أجزاء متساوية حيث

أ=(٠ ، ٢) ، ب = (٤ ، ١٠)

(٦) أوجد أحداثيات النقط التى تقسم أ ب من الداخل إلى أربعة أجزاء متساوية حيث

أ = (-٢ ، ١) ، ب = (٦ ، ٥)

(٧) أوجد مركز الدائرة التى أ ب قطراً فيها حيث أ = (-١ ، ٤) ، ب = (٣ ، ٦)

(٨) أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه أ = (٤ ، ١) ، جـ = (-٢ ، ٧) أوجد أحداثيات نقطة تقاطع قطريه

(٩) إثبت أن النقط أ =(٣ ، -٢) ، ب = (-٥ ، ٠) ، جـ = (٠ ، -٧) ، ء = (٨ ، -٩) هى رؤوس متوازى أضلاع (بأستخدام التنصيف)

(١٠) إذا كانت أ = (٥ ، -٢) ، ب = (٣ ، ٢) ، جـ = (-٣ ، ١) ثلاث رؤوس متتالية لمتوازى الاضلاع أ ب جـ ء أوجد أحداثيات الراس الرابع ء

(١١) إذا كانت النقط أ = (س ، -١) ، ب = (٣ ، ٥) ، جـ = (٢ ، ص) ، ء = (٤ ، ١) رؤوس متوازى الاضلاع أ ب جـ ء أوجد قيمتى س ، ص

(١٢) إذا كانت أ = (٥ ، ٣) ، ب = (-١ ، ص) ، جـ = (س ، ١) ، ء = (١ ، ٣) رؤوس متوازى الاضلاع أ ب جـ ء أوجد قيمتى س ، ص

الميـــــــــــــل

ميل مستقيم بمعلومية نقطتين

المستقيم المار بالنقطتين (س١ ، ص١) ، (س٢ ، ص٢) يتعين من العلاقة م = $\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

مثال أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٢) ، (٤ ، ٧)

الحـــــــل

$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{٧ - ٢}{٤ - ١} = \frac{٥}{٣}$

مثال أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين

أ = (-١ ، -٢) ، ب = (-٥ ، ١)

الحـــــــل

$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{١ - (-٢)}{-٥ - (-٢)} = \frac{٣}{-٤} = \frac{-٣}{٤}$

مثال أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (٠ ، ١) ، (٤ ، ٦)

الحـــــــل

$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{٦ - ١}{٤ - ٠} = \frac{٥}{٤}$

مثال أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين

أ = (-٣ ، ٤) ونقطة الاصل

الحـــــــل

$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{٤ - ٠}{٠ - (-٣)} = \frac{-٤}{٣}$

مثال أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، ٢) ، (٤ ، ٥)

مثال إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، ٢) ، (٣ ، ك) يساوى ٢ فما قيمة ك

الحـــــــل

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{٥ - ٢}{٤ - (-١)} = \frac{٣}{٥}$$

مثال أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين

(-١ ، ٢) ، (٤ ، ٥)

الحـــــــل

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{٥ - ٢}{٤ - (-١)} = \frac{٣}{٥}$$

ملاحظـــات هامة :-

(١) ميل المستقيم يكون عدد حقيقى موجب أو سالب أو صفر

(٢) ميل أى مستقيم أفقى (يوازى محور السينات) = صفر وهو المستقيم الذى معادلته (ص=ثابت)

(٣) ميل أى مستقيم رأسى(يوازى محور اصادات) = $\frac{١}{٠}$ (غير معرف) وهو المستقيم الذى معادلته (س=ثابت)

(٤) إذا كان ميل المستقيم موجب يكون شكله (↗) أما إذا كان الميل سالب يكون شكله(↖)

أما إذا كان ميله = ٠ يكون شكله (←→) وإذا كان ميله غير معرف يكون شكله(↕)

(٥) يمكن إيجاد ميل مستقيم بيانيا عن طريق القانون $م = \frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الافقـى}}$

(٦) يمكن أستخدام فكرة الميل لاثبات أن أ ، ب ، جـ تقع على أستقامة واحدة نثبت أن الميل بإستخدام النقطتين أ ، ب يساوى الميل بإستخدام النقطتين ب ، جـ

الحـــــــل

$$م = ٢$$

$$\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = ٢$$

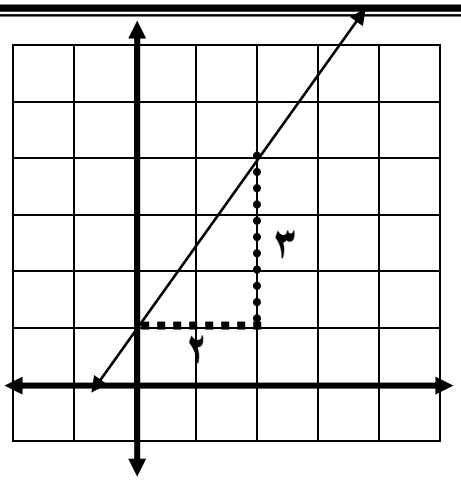
$$\frac{ك - ٢}{٣ + ١} = ٢$$

$$\frac{ك - ٢}{٤} = ٢$$

$$ك - ٢ = ٨$$

$$ك = ٨ + ٢ = ١٠$$

مثال من الشكل المقابل اوجد ميل المستقيم ل



الحـــــــل

$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الراسى}}{\text{التغير الافقى}} = \frac{٣}{٢}$$

****

مثال إثبت أن النقط أ = (١ ، ٢) ، ب = (٢ ، ٤) ، جـ = (٤ ، ٨) تقع على أستقامة واحدة

الحـــــــــل

ميل أ ب = $\frac{٤ - ٢}{٢ - ١} = \frac{٢}{١} = ٢$ ،،،،،،، ميل ب جـ = $\frac{٨ - ٤}{٤ - ٢} = \frac{٤}{٢} = ٢$

ميل أ ب = ميل ب جـ

∴ النقط أ ، ب ، جـ تقع على أستقامة واحدة

مثال إثبت أن النقط أ = (١ ، ٣) ، ب = (٥ ، ـ١) ، جـ = (٣ ، ١) تنتمى لمستقيم واحد

الحـــــــــل

ميل أ ب = $\frac{-١ - ٣}{٥ - ١} = \frac{-٤}{٤} = -١$ ،،،، ميل ب جـ = $\frac{١ - (-١)}{٣ - ٥} = \frac{٢}{-٢} = -١$

ميل أ ب = ميل ب جـ

∴ النقط أ ، ب ، جـ تقع على أستقامة واحدة

****

مثال إذا كانت النقط أ = (٤ ، ١) ، ب = (ـ٢ ، ٧) ، جـ = (٣ ، ص) تنتمى لمستقيم واحد أوجد ميل المستقيم ثم أوجد قيمة ص .

الحـــــــــل

ميل المستقيم = $\frac{٧ - ١}{-٢ - ٤} = \frac{٦}{-٦} = -١$

لايجاد قيمة ص

النقط تنتمى لمستقيم واحد

∴ ميل ب جـ = ـ١

$\frac{ص - ٧}{٣ - (-٢)} = -١$

$\frac{ص - ٧}{٥} = -١$

ص ـ ٧ = ـ٥

ص = ـ٥ + ٧ = ٢

****

مثال إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ـ٢) ، (٥ ، ص) يساوى ٣ أوجد قيمة ص

الحـــــــــل

ميل المستقيم = ٣

$$\frac{\text{ص} - (-٢)}{٥ - ١} = ٣$$

$$\frac{\text{ص} + ٢}{٤} = ٣$$

ص +٢ = ١٢

ص = ١٢ – ٢

ص = ١٠

****

مثال هل النقطة جـ(٨ ، ١) تنتمى للمستقيم المار بالنقطتين أ(-١ ، ٣) ، ب (٢ ، ٥)

الحـــــــــل

ميل أ ب = $\frac{٥ - ٣}{٢ - (-١)} = \frac{٢}{٣}$ ،،،، ميل ب جـ = $\frac{١ - ٥}{٢ - ٨} = \frac{٤}{-٦} = \frac{-٢}{٣}$

ميل أ ب ≠ ميل ب جـ

النقطة جـ لا تنتمى للمستقيم أ ب

تمارين (١)

(١)أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط الاتية مبينا شكل المستقيم

[١] أ = (١ ، ٣) ، ب = (٤ ، ٥)

[٢] س=(-١ ، ٢) ، ص = (١ ، ٥)

[٣] مـ =(٠ ، ٣) ، ن = (٤ ، ٠)

[٤] جـ = (١ ، ٢) ، ء = (٣ ، ٢)

[٥] هـ = (٣ ، ١) ، ب = (٣ ، ٥)

[٦] ع = (-١ ، ٣) ، ل = (-٥ ، ٦)

****

(٢) إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٢) ، (٤ ، ص) يساوى ١ أوجد قيمة ص

****

(٣) إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ص) ، (-٣ ، ٤) يساوى ٢ فما قيمة ص

****

(٤) إثبت أن النقط أ = (٢ ، -١) ، ب = (٣ ، ٢) ، جـ = (٤ ، ٥) تنتمى لمستقيم واحد

****

(٥) إثبت أن النقط أ = (١ ، ٣) ، ب = (٥ ، -١) ، جـ = (٣ ، ١) تقع على أستقامة واحدة

****

(٦) إذا كانت النقط أ=(٠ ، ٨) ، ب = (٥ ، ٥) ، جـ = (-٥ ، ص) تقع على أستقامة واحدة

أوجد ميل المستقيم ثم أوجد قيمة ص

****

(٧) إذا كانت النقط أ = (٢ ، -١) ، ب = (س ، ٢) ، جـ (٤ ، ٥) تنتمى لمستقيم واحد أوجد س

****

(٨) إذا كان ميل المستقيم ٣ص = (أ – ١) س +٥ يساوى ٢ فما قيمة أ

****

(٩) إذا كان ميل المستقيم ص = (أ +١) س +٣ يساوى ٥ فما قيمة أ

****

(١٠) أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات فى كلا من المستقيمات الاتية

١) ص = ٥ – ٦ س

٢) ٣ص = ٤س +٥

٣) ٣ص – ٢س = ٦

٤) ص – ٤س +٣ = ٠

العلاقة بين ميلى المستقيمين المتوازيين

إذا توازى مستقيمين تساوى ميلاهما

****

مثال إثبت أن المستقيمان ٢س – ٣ ص +٥ = ٠ ، ٤ س – ٦ ص +١ = ٠ متوازيان

الحـــــــل

$م_1 = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$

$م_2 = \frac{-4}{-6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$م_1 = م_2$

∴ المستقيمان متوازيان

****

مثال إثبت أن المستقيمان ٦س – ٣ص +٥ = ٠ ، ص = ٢س +٧ متوازيان

الحـــــــل

$م_1 = \frac{-6}{-3} = 2$

$م_1 = م_2$

م٢ = ٢ ∴ المستقيمان متوازيان

****

مثال إثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٥) ، (-٣ ، ١) يوازى المستقيم الذى معادلته ٤ س – ٥ ص +٧ = ٠

الحـــــــــل

$م_1 = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{١ - ٥}{-٣ - ٢} = \frac{-٤}{-٥} = \frac{٤}{٥}$

$م_2 = \frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{-٤}{-٥} = \frac{٤}{٥}$

م١ = م٢

∴ المستقيمان متوازيان

مثال إذا كان المستقيمان أ س – ٦ ص +٥ = ٠ والمستقيم المار بالنقطتين (٠ ، ١) ، (٣ ، ٣) متوازيان أوجد قيمة أ

الحـــــــــل

المستقيمان متوازيان

م١ = م٢

$\frac{-أ}{-٦} = \frac{٣ - ١}{٣ - ٠}$

$\frac{أ}{٦} = \frac{٢}{٣}$

٣ أ = ١٢

أ = ٤

****

مثال إذا كان المستقيم الذى معادلته ٦س – ٤ص +١ = ٠ يوازى المستقيم الما بالنقطتين (-١ ، ٣) ، (١ ، ص) أوجد قيمة ص

الحـــــــــل

المستقيمان متوازيان

∴ م١ = م٢

$\frac{٦}{٤} \quad \frac{ص - ٣}{١ + ١}$

$\frac{٣}{٢} = \frac{ص - ٣}{٢}$

ص – ٣ = ٣

= ص=٣+٣=٦

****

مثال إذا كان المستقيمان ك س – ٤ص +١ = ٠ يوازى المستقيم الذى معادلته ٥س ـ ٢ ص + ٣ = ٠ أوجد قيمة ك

الحـــــــــل

المستقيمان متوازيان

∴ م١ = م٢

$\frac{-ك}{-٤} = \frac{-٥}{-٢}$

٢ك = ٢٠

ك = $\frac{٢٠}{٢}$

ك = ١٠

ملاحظة

لاثبات أن أ ب جـ ء متوازى أضلاع نثبت أن كل ضلعين متقابلين متوازيين

مثال إثبت أن الشكل الذى رؤوسه النقط أ(١ ، ٢) ، ب(-٣، ٥) ، جـ(-٢، ٧) ، ء(٢ ،٤) متوازى أضلاع

الحـــــــــل

ميل أ ب = $\frac{٥-٢}{-٣-١} = \frac{٣}{-٤} = \frac{-٣}{٤}$

ميل ب جـ = $\frac{٧-٥}{-٢-(-٣)} = \frac{٢}{١} = ٢$

ميل جـ ء = $\frac{٤-٧}{-٢-(-٢)} = \frac{-٣}{٤}$

ميل أ ء = $\frac{٤-٢}{٢-١} = \frac{٢}{١} = ٢$

ميل أ ب = ميل جـ ء ، ميل ب جـ = أ ء

∴ أ ب // جـ ء ∴ ب جـ // أ ء

∴ الشكل أ ب جـ ء متوازى أضلاع

****

ملاحظة

لاثبات أن أ ب جـ ء شبه منحرف نثبت توازى ضلعين وعدم توازى الضلعين الاخرين

مثال إثبت أن الشكل الذى رؤوسه النقط أ(-١ ، ٠) ، ب(٧، ٤) ، جـ(٥، ٨) ، ء(١ ،٦) شبه منحرف

الحـــــــــل

ميل أ ب $= \frac{٤-٠}{٧-(-١)} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$ ميل ب جـ $= \frac{٨-٤}{٥-٧} = \frac{٤}{-٢} = -٢$

ميل جـ ء $= \frac{٦-٨}{١-٥} = \frac{-٢}{-٤} = \frac{١}{٢}$ ميل أ ء $= \frac{٦-٠}{١-(-١)} = \frac{٦}{٢} = ٣$

ميل أ ب = ميل جـ ء ، ميل ب جـ ≠ أ ء

∴ الشكل أ ب جـ ء شبه منحرف

مثال أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (-١ ، ٢) ويوازى المستقيم المار بالنقطتين (٠ ، ١) (٥ ، ٤)

الحـــــــــل

م الموازى $= \frac{٤-١}{٥-٠} = \frac{٣}{٥}$ م المطلوب $= \frac{٣}{٥}$

المستقيم المطلوب يمر بالنقطة(-١ ، ٢) وميله $= \frac{٣}{٥}$

تتعين معادلته من العلاقة

$$م = \frac{ص - ص_١}{س - س_١}$$

$$\frac{ص-٢}{س+١} = \frac{٣}{٥}$$

٥ ص – ١٠ = ٣س + ٣

٥ص – ١٠ – ٣ س -٣ = ٠

٥ص – ٣ س – ١٣ = ٠

****

مثال أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) ويوازى المستقيم الذى ميله $= \frac{٣}{٤}$

الحـــــــــل

$\frac{٣}{٤}$ $\frac{٣}{٤}$ ١٠ $\frac{ص-٢}{س-١}$ $\frac{٣}{٤}$

م الموازى = م المطلوب = =

المستقيم المطلوب يمر بالنقطة(١ ، ٢) وميله= $\frac{٣}{٤}$ ٤ ص – ٨ = ٣س – ٣

تتعين معادلته من العلاقة ٤ص – ٨ – ٣ س +٣ = ٠

$$\frac{ص - ص_{١}}{س - س_{١}} = م$$ ٤ص – ٣ س – ٥ = ٠

****

مثال أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، -٣) ويوازى المستقيم الذى معادلته

٤ص – ٥س +١ = ٠

الحـــــــل

م الموازى = $\frac{-٥}{-٤} = \frac{٥}{٤}$ م المطلوب = $\frac{٥}{٤}$

المستقيم المطلوب يمر بالنقطة(١ ، -٣) وميله= $\frac{٥}{٤}$

تتعين معادلته من العلاقة

$$\frac{ص - ص_{١}}{س - س_{١}} = م$$

$\frac{ص + ٣}{س - ١} = \frac{٥}{٤}$

٤ ص +١٢ = ٥ س - ٥

٤ص +١٢ – ٥ س +٥ = ٠

٤ص – ٥س +١٧ = ٠

تمارين(٢)

(١) إذا كانت أ = (٢ ، ٣) ، ب = (٤ ، ٢) ، جـ = (٢ ، ٥) ء = (٠ ، ٦) إثبت أن أب // جـ ء

(٢) إذا كانت أ=(٢ ، ٣) ، ب = (-١ ، ٤) ، جـ = (٥ ، ٣) ، ء = (٧ ، ٤) إثبت أن أ جـ // ب ء

(٣) فى كلا مما ياتى أوجد قيمة ك إذا علم أن أ ب // جـ ء

[أ] أ = (٢ ، ٥) ، ب = (٣ ، -١) ، جـ = (ك ، -٢) ، ء = (١ ، ٤)

[ب] أ=(ك ، ٣) ، ب = (١ ، ٤) ، جـ = (٠ ، ٣) ، ء = (-٣ ، ٢)

[جـ] أ=(٢ ، ٥) ، ب = (ك ، -٤) ، جـ = (٤ ، ١) ، ء = (ك ، ١٠)

(٤) إذا كان أ=(-٢ ، ٤) ، ب=(٥ ، -٣) ، جـ=(٧ ، ١) ، ء =(٠ ، ٨) إثبت أن الشكل أ ب جـ ء متوازى أضلاع

(٥) إذا كانت أ = (٥ ، ٩) ، ب = (-٢ ، ٢) ، جـ =(١ ، ٦) ، ء = (٢ ، ٥) إثبت أن الشكل أ ب جـ ء متوازى أضلاع

(٦) إذا كانت أ=(-١ ، ٠) ، ب = (٧ ، ٤) ، جـ = (٥ ، ٨) ، ء = (١ ، ٦) إثبت أن الشكل أ ب جـ ء شبه منحرف

(٧) إذا كانت أ=(-٣ ، -٢) ، ب =(٥ ، ٢) ، جـ = (٣ ، ٦) ، ء =(-١ ، ٤) إثبت أن الشكل أ ب جـ ء شبه منحرف

(٨) أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع ثلاث وحدات من الجزء الموجب لمحور الصادات ويوازى المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٢) ، (٣ ، ٥)

(٩) أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع وحدتان من الجزء السالب لمحور الصادات ويوازى المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، ٢) ، (٣ ، ٥)

(١٠) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٣) ويوازى المستقيم ٤س – ٥ص +٣=٠

(١١) أوجد معادلة المستقيم المار بنقطة الاصل ويوازى المستقيم ٥ص = ٣س +٢

(١٢) أوجد معادلة المستقيم الما بالنقطة (١ ، ٣) ويوازى المستقيم ص = ٢س +٥

(١٣) إذا كان المستقيم أ س +٣ص -٧=٠ يوازى المستقيم الما بالنقطتين (٢، ٣) ، (-١ ، ٤) أوجد قيمة أ

(١٤) إذا كان المستقيم س – ص = ٥ يوازى المستقيم المار بالنقطتين (أ ، ٣) ، (٤ ، ٥) أوجد قيمة أ

(١٥) إذا كان المستقيمان ٢س + ص +١ = ٠ ، س – أ ص +١ = ٠ متوازيان أوجد قيمة أ

(١٦) إذا كان المستقيمان ك س – ٢ ص +١ = ٠ ، ٨ س – ك ص +٣ = ٠ متوازيان أوجد ك

(١٧) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (س ،٥) يوازى محور الصادات أوجد قيمة س

(١٨) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (٥ ،ص) يوازى محور السينات أوجد قيمة ص

(١٩) إذا كانت النقط (٣ ، ٤) ، ب = (-٣ ، -١) ، (٢ ، ص) تقع على أستقامة واحدة أوجد قيمة ص

(٢٠) إذا كانت النقط (٠ ، ٢) ، (٤ ، ٨) ، (س ، ١١) تقع على أستقامة واحدة أوجد قيمة س

(٢١) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٣) ، (-١ ، ٥) يوازى المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ٥) ، (س ، ص) أوجد العلاقة بين س ، ص

(٢٢) إذا كان أ(١ ، ٥) ، ب(س ، ٣) ، جـ(٤ ، ٧) ، ء (٢ ، ١) وكان أ ء // ب جـ أوجد قيمة س

(٢٣) أكمل العبارات الاتية

١ـ ميل المستقيم الموازى لمحور السينات = ...

٢ـ ميل المستقيم الموازى لمحور الصادات = ...

٣ـ ميل المستقيم ص = ٢س – ٥ يساوى .....

٤ـ معادلة محور السينات هى .....

٥ـ معادلة محور الصادات هى .....

٦ـ ميل المستقيم ص = ٥ يساوى .....

٧ـ ميل المستقيم س = ٣ يساوى .....

٨ـ المستقيم الذى معادلته ص = ٣ يوازى محور .....

٩ـ المستقيم الذى معادلته س = ٣ يوازى محور .....

١٠ـ معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٣) ويوازى محور السينات هى .....

١١ـ معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٣) ويوازى محور الصادات هى .....

١٢ـ الزاوية بين المستقيمين س = ٣ ، س = ٥ تساوى .....

١٣ـ الزاوية بين المستقيمين ص = ٢ ، س = ٤ تساوى .....

العلاقة بين ميلى المستقيمين المتعامدين

حاصل ضرب ميلى المستقيمين المتعامدين=ـ١

****

مثال إثبت أن المستقيمان ٢س – ٣ ص +٥ = ٠ ، ٦ س + ٤ ص +١ = ٠ متعامدين

الحـــــــل

$م_1 = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$

$م_2 = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2}$

$م_1 \times م_2 = \frac{2}{3} \times \frac{-3}{2} = -1$

∴ المستقيمان متعامدان

****

مثال **إثبت أن المستقيمان ٦س + ٣ص +٥ = ٠ ، ٢ ص = س +٧ متوازيان**

الحـــــــــل

$م_1 = \frac{-٦}{٣} = -٢$ ‖ $م_1 \times م_2 = -٢ \times \frac{١}{٢} = -١$

$م_2 = \frac{١}{٢}$ ‖ **∴ المستقيمان متعامدان**

****

مثال **إثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٥) ، (-٣ ، ١) عمودى على المستقيم الذى معادلته ٥ س +٤ص +٧ = ٠**

الحـــــــــل

$م_1 = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{١ - ٥}{-٣ - ٢} = \frac{-٤}{-٥} = \frac{٤}{٥}$ ‖ $م_1 \times م_2 = \frac{٤}{٥} \times \frac{-٥}{٤} = -١$

$م_2 = \frac{\text{- معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{-٥}{٤} = \frac{-٥}{٤}$ ‖ **∴ المستقيمان متعامدين**

مثال **إذا كان المستقيمان أ س – ٦ ص +٥ = ٠ والمستقيم المار بالنقطتين (٠ ، ١) ، (٣ ، ٣) متعامدان أوجد قيمة أ**

الحـــــــــل

المستقيمان متعامدان

$م_1 \times م_2 = -١$

$\frac{-أ}{-٦} \times \frac{٣ - ١}{٣ - ٠} = -١$ ‖ $\frac{أ}{٦} \times \frac{٢}{٣} = -١$

٢ أ = - ١٨

أ = - ٩

$\frac{٢ أ}{١٨} = -١$

****

مثال **إذا كان المستقيم الذى معادلته ٤س + ٦ص +١ = ٠ عمودى على المستقيم المار بالنقطتين**

الحـــــــــل ٢٤

(-١ ، ٣) ، (١ ، ص) أوجد قيمة ص

المستقيمان متعامدان

∴ م١ × م٢ = -١

$\frac{-٤}{٦} \times \frac{ص - ٣}{١ + ١} = -١$

$\frac{-٢}{٣} \times \frac{ص - ٣}{٢} = -١$

- ص + ٣ = -٣

- ص = -٣-٣=-٦

ص = ٦

$\frac{-ص + ٣}{٣} = -١$

****

مثال إذا كان المستقيمان ك س – ٤ص +١ = ٠ عمودى على المستقيم الذى معادلته ٥س - ٢ ص + ٣ = ٠ أوجد قيمة ك

الحـــــــــل

المستقيمان متعامدان

∴ م١ × م٢ = -١

$\frac{-ك}{-٤} \times \frac{-٥}{-٢} = -١$

$\frac{٥ك}{٨} = -١$

٥ك = -٨

$ك = \frac{-٨}{٥}$

مثال أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (-١ ، ٢) وعمودى على المستقيم المار بالنقطتين (٠ ، ١)، (٥ ، ٤)

الحـــــــــل

$م_{العمودى} = \frac{٤ - ١}{٥ - ٠} = \frac{٣}{٥}$ $م_{المطلوب} = \frac{-٥}{٣}$

المستقيم المطلوب يمر بالنقطة(-١ ، ٢) وميله=$\frac{-٥}{٣}$

تتعين معادلته من العلاقة

$م = \frac{ص - ص_١}{س - س_١}$

$\frac{ص - ٢}{س + ١} = \frac{-٥}{٣}$

٣ ص – ٦ = -٥س - ٥

٣ ص – ٦ +٥س +٥ = ٠

٣ص +٥ س – ١ = ٠

****

مثال أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) وعمودى على المستقيم الذى ميله = $\frac{٣}{٤}$

الحـــــــــل

$م_{العمودى} = \frac{٣}{٤}$ $م_{المطلوب} = \frac{-٤}{٣}$

المستقيم المطلوب يمر بالنقطة(١ ، ٢) وميله= $\frac{-٤}{٣}$

تتعين معادلته من العلاقة

$م = \frac{ص - ص_{١}}{س - س_{١}}$

$\frac{ص - ٢}{س - ١} = \frac{-٤}{٣}$

٣ ص – ٦ = -٤ س +٤

٣ص – ٦ +٤ س – ٤ = ٠

٣ص +٤ س – ١٠ = ٠

****

مثال أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، -٣) وعمودى على المستقيم الذى معادلته

٤ص – ٥س +١ = ٠

الحـــــــــل

$م_{العمودى} = \frac{-٥}{-٤} = \frac{٥}{٤}$ $م_{المطلوب} = \frac{-٤}{٥}$

المستقيم المطلوب يمر بالنقطة(١ ، -٣) وميله= $\frac{-٤}{٥}$

تتعين معادلته من العلاقة

$م = \frac{ص - ص_{١}}{س - س_{١}}$

$\frac{ص + ٣}{س - ١} = \frac{-٤}{٥}$

٥ ص +١٥ = -٤س +٤

٥ص +١٥ +٤س – ٤ = ٠

٥ص +٤س +١١ = ٠

مثال إثبت أن المثلث الذى رؤوسه النقط أ=(٢ ، -٢) ، ب = (٨ ، ٤) ، جـ = (٥ ، ٧) مثلث قائم الزاوية .

الحـــــــــل

$م_{أ ب} = \frac{٤-(-٢)}{٨ - ٢} = \frac{٦}{٦} = ١$

$م_{أ جـ} = \frac{٧-(-٢)}{٥ - ٢} = \frac{٩}{٣} = ٣$

$\frac{٧ - ٤}{٥ - ٨}$ $\frac{٣}{-٣}$

$م_{أ ب} \times م_{ب جـ} = -١$

أ ب ⊥ ب جـ

م ب جـ = = = -١ المثلث أ ب جـ قائم الزاوية فى ب

****

مثال إثبت أن الشكل الذى رؤوسه النقط أ=(٣ ، ٠) ، ب=(٠ ، -٤) ، جـ=(-٥ ، -٤) ، ء = (-٢ ، ٠) معين

الحـــــــــل

نثبت أولا أن الشكل متوازى أضلاع

$م_{أ ب} = \frac{-٤ - ٠}{٠ - ٣} = \frac{-٤}{-٣} = \frac{٤}{٣}$

$م_{ب جـ} = \frac{-٤ + ٤}{-٥ - ٠} = \frac{صفر}{-٥} = صفر$

$م_{جـ ء} = \frac{٠ + ٤}{-٢ + ٥} = \frac{٤}{٣}$

$م_{أ ء} = \frac{٠ - ٠}{-٢ - ٣} = \frac{صفر}{-٥} = صفر$

م أ ب = م جـ ء ∴ أ ب // جـ ء

م ب جـ = م أ ء ∴ ب جـ // أ ء

الشكل أ ب جـ ء متوازى أضلاع

لاثبات أن متوازى أضلاع معين نثبت تعامد القطرين

$م_{أ جـ} = \frac{-٤ - ٠}{-٥ - ٣} = \frac{-٤}{-٨} = \frac{١}{٢}$

$م_{ب ء} = \frac{٠ - ٤}{٠ + ٢} = \frac{-٤}{٢} = -٢$

$م_{أ جـ} \times م_{ب ء} = \frac{١}{٢} \times -٢ = -١$

أ جـ ⊥ ب ء

∴ الشكل أ ب جـ ء معين

مثال إثبت أن الشكل الذى رؤوسه النقط أ=(٥ ، ١) ، ب=(-١ ، -٣) ، جـ=(-٣ ، ٠) ، ء = (٣، ٤) مستطيل

الحـــــــــل

نثبت أولا أن الشكل متوازى أضلاع

$م_{أ ب} = \frac{-٣ - ١}{-١ - ٥} = \frac{-٤}{-٦} = \frac{٢}{٣}$

$م_{ب جـ} = \frac{٣ + ٠}{١ + ٣-} = \frac{٣}{-٢} = \frac{-٣}{٢}$

$\frac{٤ - ٠}{٣ + ٣} \quad \frac{٤}{٦} \quad \frac{٢}{٣}$

م أ ب × م ب جـ = -١ ق(ب) = ٩٠°

م ب جـ × م جـ ء = -١ ق(جـ) = ٩٠

م جـ ء × م ء أ = -١ ق(ء) = ٩٠°

∴ ق(أ) = ٩٠°

م جـ ء = = = المتوازى أ ب جـ ء جميع زواياه قوائم

م أ ء = $\frac{٤-١}{٣-٥} = \frac{٣}{-٢} = \frac{-٣}{٢}$ ∴ الشكل أ ب جـ ء مستطيل

م أ ب = م جـ ء ∴ أ ب // جـ ء

م ب جـ = م أ ء ∴ ب جـ // أ ء

الشكل أ ب جـ ء متوازى أضلاع

****

مثال إثبت أن الشكل الذى رؤوسه النقط أ=(١ ، ١) ، ب=(٠ ، ٤) ، جـ=(٣ ، ٥) ، ء = (٤ ، ٢) مربع

الحـــــــــل

نثبت أولا أن الشكل متوازى أضلاع

م أ ب = $\frac{٤-١}{٠-١} = \frac{٣}{-١} = -٣$

م ب جـ = $\frac{٥-٤}{٣-٠} = \frac{١}{٣}$

م جـ ء = $\frac{٢-٥}{٤-٣} = \frac{-٣}{١} = -٣$

م أ ء = $\frac{٢-١}{٤-١} = \frac{١}{٣}$

م أ ب = م جـ ء ∴ أ ب // جـ ء

م ب جـ = م أ ء ∴ ب جـ // أ ء

الشكل أ ب جـ ء متوازى أضلاع

م أ ب × م ب جـ = -١ ق(ب) = ٩٠°

م ب جـ × م جـ ء = -١ ق(جـ) = ٩٠

م جـ ء × م ء أ = -١ ق(ء) = ٩٠°

∴ ق(أ) = ٩٠°

الشكل أ ب جـ ء متوازى جميع زواياه قوائم

∴ الشكل أ ب جـ ء مستطيل

نثبت تعامد القطرين ليكون المستطيل مربع

م أ جـ = $\frac{٥-١}{٣-١} = \frac{٤}{٢} = ٢$

م ب ء = $\frac{٢-٤}{٤-٠} = \frac{-٢}{٤} = \frac{-١}{٢}$

أ جـ ⊥ ب ء

الشكل أ ب جـ ء مستطيل قطراه متعامدان (مربع)

مثال إذا كانت النقط أ(١ ، ٣) ، ب(٣ ، ٢) ، جـ(٠ ، ك) هى رؤوس مثلث قائم الزاوية فى ب أوجد قيمة ك

الحـــــــــل

المثلث قائم الزاوية فى ب

م أ ب × م ب جـ = -١

$\frac{٢-٣}{٣-١} \times \frac{ك-٢}{٠-٣} = -١$

$\frac{-١}{٢} \quad \frac{ك-٢}{-٣}$

$\frac{ك-٢}{٦} = -١$

ك – ٢ = – ٦

ك = -٦+٢

ك = -٤

× = ١- ك = ٤-

****

مثال إذا كانت النقط أ(٣ ، ك) ، ب(ك ، ٥) ، جـ(٠ ، ١) هى رؤوس مثلث قائم الزاوية فى أ

أوجد قيمة ك

الحـــــــــل

المثلث قائم الزاوية فى ب

م∠أ ب × م∠أ جـ = ١-

$$\frac{ك - ٥}{٣ - ك} \times \frac{ك - ١}{٣ - ٠} = -١$$

$$\frac{ك - ٥}{٣ - ك} \times \frac{ك - ١}{٣ - ٠} = -١$$

$$\frac{ك^{٢} - ٦ك + ٥}{٩ - ٣ك} = -١$$

ك^{٢} – ٦ ك +٥ = - ٩ + ٣ ك

ك^{٢} – ٩ ك +١٤ = ٠

(ك – ٢)(ك – ٧) = ٠

ك = ٢ ك = ٧

****

ملاحظة هامة

الزاوية بين المستقيمين س = ثابت ، ص = ثابت تساوى ٩٠°

فمثلا الزاوية بين المستقيمين س = ٣ ، ص = ٤ تساوى ٩٠°

- الزاوية بين المستقيمين س – ١ = ٠ ، ص +٣ = ٠ تساوى ٩٠°

تمارين (٣)

(١) إثبت أن المستقيمان ٣س + ٥ ص +١ = ٠ ، ص = $\frac{٥}{٣}$ س +٢ متعامدان

(٢) إثبت أن المستقيمان س – ٢ ص +١ = ٠ ، ٢س + ص = ٣ متعامدان

(٣) إثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٢) ، (٣ ، ٥) عمودى على المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٢) ، (٤ ، ٠)

(٤) إثبت أن المستقيم ٣ س +٤ ص +٢ = ٠ عمودى على المستقيم المار بالنقطتين (١، ٢) ،(٤، ٦)

(٥) إذا كان المستقيمان ك س – ٦ص = ٥ ، ٣س + ٢ص – ١ = ٠ متعامدان أوجد قيمة ك

(٦) فى الحالات الاتية أوجد قيمة ك إذا علم أن أ ب عمودى على جـ ء

[أ] أ=(١ ، ٢) ، ب = (٣ ، ٥) ، جـ = (٢ ، -١) ، ء=(ك ، -٣)

[ب] أ= (١ ، ٣) ، ب = (٤ ، -١) ، جـ=(ك ، ٥) ، ء = (- ك ، ك)

[جـ] أ=(٢، ك) ، ب = (١ ، ٥) ، جـ = (١ ، ٤) ، ء = (ك ، ٥)

(٧) أوجد معادلة المستقيم المار بنقطة الاصل وعمودى على المستقيم ٣س – ٤ ص +٢= ٠

(٨) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، -٣) عمودى على المستقيم ص = ٥س+٣

(٩) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (-١ ، -٢) وعمودى على المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٠) ، (٥ ، ٤)

(١٠) أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع ثلاث وحدات من الجزء الموجب لمحور الصادات وعمودى على المستقيم ٤س – ٥ ص = ٠

(١١) أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع أربعة وحدات من الجزء السالب لمحور الصادات وعمودى على المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٥) ، (٤، ١)

(١٢) إثبت أن النقط أ = (٣ ، ٢) ، ب = (١ ، -٤) ، جـ = (-١ ، ٠) هى رؤوس مثلث قائم الزاوية

(١٣) إثبت أن النقط أ=(٥ ، ٣) ، ب =(٣ ، -٢) ، جـ = (٠ ، ٥) هى رؤوس مثلث قائم الزاوية

(١٤) إثبت أن النقط أ=(-١ ، ٣) ، ب=(٥ ، ١) ، جـ=(٦ ، ٤) ، ء=(٠ ، ٦) هى رؤوس مستطيل

(١٥) إثبت أن النقط أ=(٣،٣) ، ب=(٥ ، ٩) ، جـ=(-١ ،٧) ، ء = (-٣ ، ١) هى رؤوس معين

(١٦) إثبت أن النقط أ=(١ ، ١) ، ب=(٠ ، ٤) ، جـ=(٣ ، ٥) ، ء=(٤ ، ٢) هى رؤوس مربع

(١٧) أوجد ميل المستقيم العمودى على المستقيم المار بالنقطتين أ=(٢ ، -٣) ، ب=(٣ ، ٥)

معادلة مستقيم بمعلومية ميله والجزء المقطوع من محور الصادات

المستقيم الذى ميله م ويقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، جـ)[يقطع جـ من محور الصادات]

تتعين معادلته من العلاقة ص = م س + جـ

****

مثال

الحـــــــل

أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = ٢ ويقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، ٣)

م = ٢ جـ = ٣

معادلة المستقيم ص = م س + جـ ⇦ ص=٢س +٣

****

مثال أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = ٣ ويقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، -٤)

الحـــــــــل

م = ٣ جـ = -٤

معادلة المستقيم ص = م س + جـ ⇦ ص=٣س - ٤

****

مثال أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = ٥ ويقطع ثلاث وحدات من الجزء الموجب لمحور الصادات

الحـــــــــل

م = ٥ جـ = ٣

معادلة المستقيم ص = م س + جـ ⇦ ص=٥س +٣

****

مثال أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = ٢ ويقطع ثلاث وحدات من الجزء السالب لمحور الصادات

الحـــــــــل

م = ٢ جـ = -٣

معادلة المستقيم ص = م س + جـ ⇦ ص=٢س - ٣

مثال أوجد ميل كلا من المستقيمات الاتية والجزء المقطوع بواسطتها من محور الصادات

(١) ص = ٢س +٥

الحـــــــــل

(٢) ص = ٣س – ٤

الحـــــــــل

الميل = ٢

الجزء المقطوع من محور الصادات=٥

****

(٣) ص = ٣ – ٤ س

الحـــــــــل

الميل = ـ٤

الجزء المقطوع من محور الصادات=٣

****

(٥) ص = $\frac{٢}{٣}$ س +٥

الحـــــــــل

الميل = $\frac{٢}{٣}$

الجزء المقطوع من محور الصادات=٥

****

(٧) ص ـ ٢س +٧ = ٠

الحـــــــــل

ص = ٢ س – ٧

الميل = ٢

الجزء المقطوع من محور الصادات=ـ٧

****

(٩) ٢ ص = $\frac{١}{٣}$ س +٥

الحـــــــــل

الميل = $\frac{٣}{٢}$ = $\frac{١}{٣}$ × $\frac{١}{٢}$ = $\frac{١}{٦}$

الجزء المقطوع من محور الصادات=$\frac{٥}{٢}$

الميل = ٣

الجزء المقطوع من محور الصادات= ـ٤

****

(٤) ٢ ص = ٣س – ٥

الحـــــــــل

الميل = $\frac{٣}{٢}$

الجزء المقطوع من محور الصادات= $\frac{-٥}{٢}$

****

(٦) ٣ص – ٥س – ٦ = ٠

الحـــــــــل

الميل = $\frac{٥}{٣}$

الجزء المقطوع من محور الصادات= ٢

****

(٨) ص + ٣س = ١

الحـــــــــل

ص = ١ – ٣ س

الميل = ـ٣

الجزء المقطوع من محور الصادات= ١

****

(١٠) ص = ٢(٣س – ٤)

الحـــــــــل

الميل = ٦

الجزء المقطوع من محور الصادات= ـ٨

مثال أوجد ميل المستقيم ٢س +٣ ص = ١٢ ثم أوجد نقط تقاطعه مع محورى الاحداثيات

الحـــــــــل

ـ معامل س / معـامل ص = $\frac{-٢}{٣}$

الميل = =

لايجاد نقط التقاطع مع محور الصادات نضع

س = ٠

٣ص=١٢ ص=٤

المستقيم يقطع محور الصادات فى (٠ ، ٤)

لايجاد نقط التقاطع مع محور السينات

نضع ص = ٠

٢س = ١٢

س = ٦

المستقيم يقطع محور السينات فى النقطة (٦ ، ٠)

مثال إذا كان ميل المستقيم ٢ص = أ س + ٥ يساوى ٣ أوجد قيمة أ

الحـــــــل

٢ص ـ أ س ـ ٥ = ٠

ميل المستقيم = ٣

$\frac{\text{ـ معامل س}}{\text{معـامل ص}} = ٣$

$\frac{\text{أ}}{٢} = ٣$

أ = ٦

مثال إذا كان ميل المستقيم ص = (أ ـ ٢) س + ٤ يساوى ٣ أوجد قيمة أ

الحـــــــل

ميل المستقيم = ٣

أ ـ ٢ = ٣

أ = ٣+٢

أ = ٥

مثال إذا كان ميل المستقيم ٣ ص = (أ +٢) س +١ يساوى ٤ أوجد قيمة أ

الحـــــــل

ميل المستقيم = ٤

$\frac{\text{أ} + ٢}{٣} = ٤$

أ + ٢ = ١٢

أ = ١٢ ـ ٢

أ = ١٠

تمارين على معادلة مستقيم بمعلومية ميلة والجزء المقطوع من محور الصادات

(١) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = ٣ ويقطع وحدتان من الاتجاه الموجب لمحور الصادات

(٢) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = $\frac{٢}{٣}$ ويقطع خمس وحدات من الاتجاه الموجب لمحور الصادات

(٣) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = ٤ ويقطع ثلاث وحدات من الاتجاه السالب لمحور الصادات

(٤) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = -٣ ويقطع وحدتان من الاتجاه الموجب لمحور الصادات

(٥) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = صفر ويقطع وحدتان من الاتجاه الموجب لمحور الصادات

(٦) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = ٣ ويقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، ٤)

(٧) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = ٣ ويقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، -٣)

(٨) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = -٢ ويقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، ٥)

(٩) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = ٣ ويوازى المستقيم ٤ س – ٥ ص +١ = ٠

(١٠) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = $\frac{٣}{٤}$ ويوازى المستقيم ص = ٢ س +٥

(١١) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = $\frac{٢}{٥}$ ويوازى المستقيم ٣ ص = ٥ – ٤ س

(١٢) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = ٣ وعمودى على المستقيم ٤ س – ٥ ص +١ = ٠

(١٣) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = $\frac{٣}{٤}$ وعمودى على المستقيم ص = ٢ س +٥

(١٤) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = $\frac{٢}{٥}$ وعمودى المستقيم ٣ ص = ٥ – ٤ س

(١٥) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = $\frac{١}{٣}$ ويوازى المستقيم المار بالنقطتين

(١ ، ٢) ،(٥ ، ٧)

(١٦) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = $\frac{-٤}{٣}$ ويوازى المستقيم المار بالنقطتين

(-١ ، ٢) ،(١ ، -٣)

(١٧) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = $\frac{٣}{٢}$ ويوازى المستقيم المار بالنقطتين

(٠ ، ٥) ،(٤ ، ٠)

(١٨) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = $\frac{-٣}{٥}$ وعمودى على المستقيم المار بالنقطتين

(١ ، -٢) ،(٥ ، ٢)

(١٩) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = $\frac{٢}{٣}$ وعمودى على المستقيم المار بالنقطتين

(-١ ، -٢) ،(٣ ، ٥)